

# むだ時間システム表現を用いた サプライチェーンシステムの一解析

－サブシステムが2つの場合－\*

西 平 直 史

## 1 はじめに

これまで、サプライチェーンにおいて、Bullwhip 効果 [1] を抑制するための手法が研究されてきた。参考文献 [2, 3, 4, 5] では、サプライチェーンをむだ時間をもつ動的システムとして定式化し、そのシステム表現を用いて解析を行っている。これらの研究では、Bullwhip 効果を動的システムの内部安定性と関連付けている。しかし、これまでの研究は”サプライチェーン”と言いながら、単一のシステムの性質を調べたものに過ぎなかった。Bullwhip 効果は、サプライチェーンの中で複数のサブシステムがかかわるときの”情報の劣化”が一因であり、そのような場合を対象として取り扱う必要がある。

そこで、本稿では2つのサブシステムをもつサプライチェーンシステムを対象として、その性質を解析する。筆者のこれまでの研究 [3, 4, 5] と同様にサプライチェーンのサブシステムを動的システムとして定式化し、そのサブシステム間にリードタイムすなわちむだ時間がない場合をまず考える。また、サブシステム間にリードタイムすなわちむだ時間がある場合を考え、両者の内部安定性を比較することで、サプライチェーンにおけるリードタイムが Bullwhip 効果に与える影響を解析することを目的とする。

## 2 問題の定式化

本稿では、参考文献 [3, 4, 5] と同じサブシステムをもつ以下のシステムを考える。

$$x_1(k+1) = x_1(k) + u_1(k) - y_1(k) \quad (1)$$

$$x_2(k+1) = x_2(k) + u_2(k) - y_2(k) \quad (2)$$

ただし、 $x_1(k)$ ,  $x_2(k)$  は時刻  $k$  におけるサブシステム  $S_1$  と  $S_2$  それぞれの在庫量、 $u_1(k)$ ,  $u_2(k)$  は時刻  $k$  におけるサブシステム  $S_1$  と  $S_2$  それぞれの入庫量、 $y_1(k)$ ,  $y_2(k)$  は時刻  $k$  におけるサブシステム  $S_1$  と  $S_2$  それぞれの出庫量である。

---

\* 2011 年 11 月 30 日受理

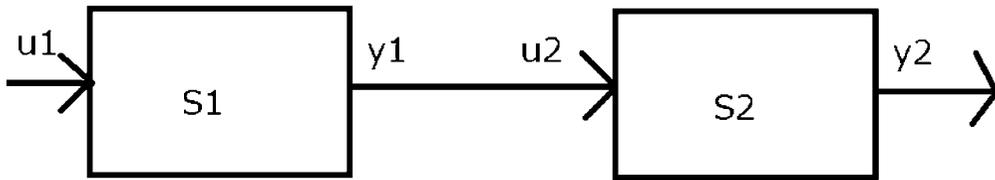


図1 対象システムのブロック図

以下では、サブシステム  $S_1$  と  $S_2$  が図1のように直列につながっているサプライチェーンを考える。まず、サブシステム間にリードタイムがない場合を考え、その後、サブシステム間にリードタイムがある場合を考え、両者を比較する。

### 3 リードタイムが存在しない場合の解析

サブシステム  $S_1$  と  $S_2$  間にリードタイムがない場合、その関係は

$$u_2(k) = y_1(k) \tag{3}$$

で表される。(3)式に(2)式を代入すると

$$\begin{aligned} y_1(k) &= u_2(k) \\ &= x_2(k+1) - x_2(k) + y_2(k) \end{aligned}$$

が得られる。これを(1)式に代入すると

$$x_1(k+1) = x_1(k) + u_1(k) - x_2(k+1) + x_2(k) - y_2(k)$$

が得られる。上式を整理すると、

$$x_1(k+1) + x_2(k+1) = x_1(k) + x_2(k) + u_1(k) - y_2(k)$$

が得られる。ここで、 $x(k) = x_1(k) + x_2(k)$  とおくと、上式は

$$x(k+1) = x(k) + u_1(k) - y_2(k) \tag{4}$$

となる。(4)式は、文献 [3, 4, 5] の単一のシステム表現と同じであり、かつリードタイムがないために取り扱いが容易である。上記のシステム表現を用いると、例えば文献 [7] の結果を用いるとただちにつきの結果が得られる。

**条件1** システム(4)は安定であるが、漸近安定ではない。システム(4)に対して、 $1+K$ の絶対値が1未満となるような  $K$  を用いて  $u_1(k) = Kx(k)$  なるフィードバック制御器を構成すれば、閉ループ系は漸近安定となる。

条件1で考えたフィードバック制御器について考察してみよう。文献 [3] で示したように、(1)式と(2)式は偏差系を考えることによって一般性を失わずに原点を平衡点とできるから、 $x(k)$  すなわち  $x_1(k) + x_2(k)$  は、サプライチェーン全体の理想在庫数との偏差を表すことになる。これに対して  $u_1(k) = Kx(k)$  なるフィードバック制御器を構成するわけであるが、 $K = -1$  は、条件1を満足する制御器の1つである。この場合は、偏差からのずれが発注数にな

っており、いわゆる“プル型”の発注方式に相当する。条件1は  $K = -1$  以外でも成り立つので、“プル型”の発注方式を一般的に含んだより広い条件となっていることがわかる。

#### 4 リードタイムが存在する場合の解析

本節では、 $S_1$ と $S_2$ の間にリードタイム $L$ が存在する場合を考えてみよう。文献 [3, 4, 5]と同様にリードタイムをむだ時間として考えれば、

$$u_2(k) = y_1(k - L) \tag{5}$$

として表現できる。(5)式と(1)式を用いると

$$\begin{aligned} u_2(k) &= y_1(k - L) \\ &= x_1(k - L) + u_1(k - L) - x_1(k - L + 1) \end{aligned}$$

となるので、これを(2)式に代入すると

$$x_2(k+1) = x_2(k) + x_1(k - L) + u_1(k - L) - x_1(k - L + 1) - y_2(k)$$

が得られる。上式を整理すると

$$x_1(k - L + 1) + x_2(k + 1) = x_1(k - L) + x_2(k) + u_1(k - L) - y_2(k)$$

が得られる。 $x(k) = x_1(k - L) + x_2(k)$  とすれば、

$$x(k + 1) = x(k) + u_1(k - L) - y_2(k) \tag{6}$$

が得られる。

さて、システム(6)に  $u(k) = Kx(k)$  なるフィードバック制御器を構成することを考えてみよう。このとき(6)式は

$$x(k + 1) = x(k) + Kx(k - L) - y_2(k) \tag{7}$$

となるので、文献 [3] の結果を用いるとつぎの条件が得られる。

#### 条件2 行列

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & K \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

の固有値が単位円内に存在するとき、システム(7)は漸近安定である。

さて、システム(7)および条件2について考察してみよう。リードタイムが存在しない場合の議論と同様に、 $S_1$ と $S_2$ は一般性を失わずに偏差系を考慮していると解釈することができる。リードタイムが存在する場合、 $u(k) = Kx(k)$  なるフィードバック制御器は時刻 $k$ での $S_2$ の在庫量と時刻 $k - L$ での $S_1$ の在庫量の偏差の合計を用いて構成される。リードタイムが存在しない場合、 $K = -1$ が“プル型”の発注方式に相当したが、リードタイムが存在する場合には、 $K = -1$ としても、厳密な意味での“プル型”とはならない。これは、 $S_1$ の在庫量に関しては、リードタイムだけ前の時刻の値を用いることになるからである。リードタイムが大きい場合、

制御器に過去の情報を用いることになり、これが情報の劣化を意味していると解釈できる。

さらに、(7)式の右辺第2項を考えると、この制御器が実装されると

$$Kx(k-L) = Kx_1(k-2L) + Kx_2(k-L)$$

となることより、 $S_1$ は $2L$ だけ過去の偏差量を、 $S_2$ は $L$ だけ過去の偏差量を用いることになる。ここでも情報の劣化が生じており、これらがサプライチェーンシステム全体の制御を難しくしている要因であると考えられる。

## 5 おわりに

本稿では、2つのサブシステムから構成されるサプライチェーン・システムを対象として、動的システムとして定式化し、それに対してフィードバック制御器を構成した。とくに、リードタイムが存在しない場合と存在する場合の条件をそれぞれ導出し、それらを比較することでリードタイムが存在する場合には、情報の劣化が存在し、それによってサプライチェーンシステム全体の制御が困難となることを示した。

今後の課題として、プル方式以外の制御方式を本研究のシステム表現の枠組みで解析することと、サブシステムが3つ以上の一般的な場合を取り扱うことがあげられる。

## 参考文献

- [1] 圓川隆夫, 生産システム, 生産管理における全体最適, 精密工学会誌, 67-11, pp.1764-1768(2001)
- [2] 伊藤利昭・橋本芳宏・石原大司, 最適制御理論を用いたブルウィップ効果を防止する在庫補充方式の提案, 日本オペレーションズ・リサーチ学会2006年春季研究発表会, pp.66-67(2006)
- [3] 西平直史, サプライチェーンにおける Bullwhip 効果を抑制するための一手法-むだ時間システムとメモリーレスフィードバックを用いた解析-, 山形大学人文学部研究年報, 5, pp.205-214(2008)
- [4] 西平直史, むだ時間システムとしてとらえたサプライチェーンについての考察-リードタイムが既知の場合-, 山形大学人文学部研究年報, 6, pp.157-162(2009)
- [5] 西平直史, サプライチェーンに対して構成したサーボ系の解釈とその応用, 山形大学大学院社会文化システム研究科紀要, 7, pp.105-109(2010)
- [6] 渡部慶二, むだ時間システムの制御, 社団法人計測自動制御学会, (1993)
- [7] 萩原朋道, デジタル制御入門, コロナ社, (1999)

**An Analysis of the Supply Chain System using a  
Time-Delay System Representation**  
— a Case when the subsystems are two

Naofumi NISHIHIRA

This paper considers the problem of an analysis of a supply chain system consist of two subsystems. We formulate the supply chain system as dynamical systems with time-delay. First, a case of the leadtime is not exsistance. Futhermore, a case of the leadtime is exsistance. Moreover, we compare the above cases and showed the leadtime is a source of instability.