

粘り強く考える態度を養うための授業実践 — 「タイリング」に取り組む生徒の姿に注目して —

教科教育高度化分野 (23821925) 岡 部 杏 海

本研究の目的は、高等学校数学科においてタイリングを教材に授業を実践し、生徒に粘り強く考える態度が養われているかを検証することである。本授業実践では、生徒が自身で設定した図形でタイリングができることを目標にした。授業の展開として、生徒に必要な最低限度の情報を与え、生徒が思考できる時間を多くとることで活動を促進させた。その結果、生徒にタイリングの法則や特徴などを粘り強く考える態度が見られた。一方で、タイリングではなく、絵にこだわる生徒がおり、授業展開に改善の余地があると言える。

[キーワード] 高等学校数学科, タイリング, 粘り強く考える態度, 離散数学, STEAM

1 はじめに

(1) 問題の所在と研究背景

高等学校学習指導要領解説数学編理数編(2018, pp. 29-30)では、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度について次のように述べている。

「数学の問題のみならず多くの問題は、単に公式を当てはめるなどして解くことができるものを除き、解決の糸口を見出すことが大切であるが、これが容易でないことが多い。」「解決の糸口が見つければ、式で表現して処理したり、論理的に考察したりして結果を得ることができる。そして結果を得た後、結果の妥当性について判断する。大切なことは、粘り強く考えることであるが、一人一人の考えを受け入れ、問題解決に生かしていこうとする学習集団でなければ粘り強く考える態度は育ちにくい。」

これらのことから粘り強く考える態度とは、「まずは解決の糸口を探そうとすること、そして試行錯誤を通して解決に導くこと」と捉え、学習集団としては、ほかの生徒の意見を尊重できる集団が目指されていると言える。

筆者がこれまでの教育実習を行った時の生徒の現状として、数学に対して学習する必要があるのかわからず意欲が低下する姿や、問題に対し答えがわからないとすぐに諦め教師に答えを求める様子が見られた。このことを改善するために、筆者は、それぞれの生徒が自分なりの方法で問題に取り組みやすく、実生活とのつながりも深い離散数学に注目した。離散数学の有用性について、国立

教育政策研究所教育課程研究センター(2007)では次のように述べている。

「『多くの予備知識を仮定していなくても解決できる問題が多い』、『いろいろな方法で解決できる問題が多い』、『問題の解決を通して、数学の有用性をはじめ、数学的な見方や考え方のよさを感じ取ることができる』、『比較的新しい数学の分野であるので、学習したことが研究の最先端と重なることもある。したがって、数学の研究の面白さに直に触れることができる』などである。離散数学という新しい数学は、数学としての発展性も豊かであり、実生活との結びつきも強く、しかも、そこには多くの高校生が改めて新鮮な気持ちで取り組みそうな問題が少なくない。離散数学は、わが国の高等学校の数学科の新しい内容として現状を変える可能性が大いにありと考えられる。」

このことから、筆者は離散数学の中にあるタイリングを授業取り入れることを検討する。教科書にはない未知の問題との出会いと身近に存在しているタイリングを数学的に捉えることで、粘り強く考える態度が養われると考える。

(2) 本研究の目的

本研究の目的は、高等学校数学科において後述するタイリングを教材に生徒に粘り強く考える態度が養われているかを検証することである。

(3) 研究の方法

本研究は主に次の手順で進める。

- ・粘り強く考える態度に関する先行研究の検討
- ・タイリングに関する授業の構想
- ・授業実践の分析および考察

2 先行研究の検討

(1) 粘り強く考える態度について

G. ポリア(1954)は解がどんなものであるかを知り、計画をたてる必要があるとし、「計画をたて解の見当をつけることは易いことではない。成功するには骨が折れ、予備知識と精神訓練及び注意の集中に加えて、幸運も又必要である。これに引きかえ計画を実行するのははるかに易しい。必要なのは主に忍耐だけである。」と述べている。また、長崎(2007)は「あまり多くの予備知識を仮定しなくても、それぞれの生徒が自分なりのやり方で試行錯誤しながらアプローチでき、じっくり考えることのできる内容をも準備する必要がある。」と述べている。

これらのことから、本研究の「粘り強く考える態度」については、生徒自身が教材について予備知識がなく解の見当がつかない状態の中でも、課題解決のためにじっくりと考え、試行錯誤している態度であると捉える。そして、この教材に夢中になっているという取り組みが見られたときや、考え続けた結果、解が分かった及び何か法則が分かったなどの発見があったときに、粘り強く考える態度が養われていると捉える。

(2) タイリングの捉え

タイリングとは、平面を有限種類の図形で、境界以外に重複させず、隙間なく埋め尽くしたパターンのことである。オランダの版画家M. C. Escherはこのタイリングを見つけ、それをういた芸術的な作品を多く残している。

本授業において、タイリングの定義とは周期性をもった一様なタイリングであることを指すものとする。なお、一様なタイリングとは、同じ図形が規則的に埋め尽くしたパターンのことで、主に平行移動・回転移動・対称移動の組み合わせによってすべてのタイリングが説明できる。今回授業で取り扱う正方形でもこれらの組み合わせによって一様なタイリングができる。例えば、図1は、M. C. Escherのタイリングを使っている作品の一つである(『昼と夜』)。この作品は、中央下部にある田んぼの四角形が上にいくにつれ鳥のタイリングに変化しているものである。これは、同じ図形のタイリングではないが、平行移動と対称移動が使われている一例である。



図1 四角形から鳥のタイリング(図中央部)

(3) STEAMの捉え方について

文部科学省は令和3年1月26日の中央教育審議会答申において、STEAM教育は「各教科での学習を実社会での問題発見・解決にいかしていくための教科横断的な教育」とし、「試行錯誤しながら新たな価値を創造し、よりよい社会を実現しようとする態度を育成」することを目指している。この研究では、数学の授業において、生徒が設定した図形でタイリングに挑戦するためFine Artの要素を含んでいる。タイリングを行うプロセスの中で、答えのないものを自分で考えることを通して、自由に表現することで、創造力も鍛えられると考える。タイリングは、美術の授業で取り扱うことも考えられるが、本研究では数学の授業で取り扱い、その実践に注目することとする。

3 授業実践とその概要

(1) 授業実践について

対象生徒：山形県立X高等学校第2学年Y組35名

授業者：岡部杏海

主 題 名：タイリングとは

授業日時：

第1時 令和5年11月7日(9:45~10:35)

第2時 令和5年11月9日(8:45~9:35)

授業実践の分析および考察方法：

授業者による生徒の観察記録、生徒のワークシートおよびVTRによる記録をもとに分析・考察を行う。

(2) 授業の概要

本実践では、2時間の授業を行う。

第1時は、生徒がタイリングの定義を理解できることと、生徒自身が設定した図形でタイリングを試すことを目標としている。導入として、教室の床(図2)が長方形や正方形のタイリングであるため、それを利用し、身の回りにあるタイリングについての紹介を行う。その後、タイリングの定義について確認する。同じ図形で敷き詰めなければならないので、正多角形ではどのような図形が

敷き詰められるか投げかけ、基本的に敷き詰め可能なものは、正方形、三角形、正六角形であることを確認する。授業後半では、4人1組のグループを作り、タイリングを行いやすい正方形を基準に生徒自身で設定した形でタイリングを試させる。その際、タイリングに挑戦する時間を20分設ける。

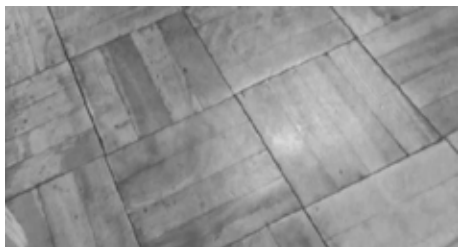


図2 正方形のタイリング(学校の床)

第2時では、正方形の中にRという印をつけさせ(図4の左上のR)、生徒にタイリングの法則について理解を促す。グループ活動を通し、タイリングの定義に当てはまっているかを確認しながら様々なタイリングのパターンを探す作業を行う。また授業後半では、生徒自身の設定した図形で再度タイリングに挑戦させる。

これらの授業から、粘り強く考える態度が養われているかを判断する。その態度を判断する際には、授業実践の生徒の反応や授業で用いたプリントの感想や記述の分析・考察を通して、粘り強く考える態度が養われているかを見取る。

4 実践した授業の分析および考察

(1) 問いを持って取り組んだ生徒A

第1時では、生徒Aは自身が好きである「万年筆の先の部分の形でタイリングを行いたい」と図形を設定し、活動を行っていた。このタイリングに挑戦した後、授業後での感想で「直線で使った形ではある程度簡単にできるが、曲線を使うとしきつめるのが難しくできなかった。」と述べている。授業の中では、正方形を基本とした形の辺を曲線に変形させ万年筆の形に変えていくことに困難を抱えている様子があった。しかし、正方形の左右の辺を変形させ、最終的にペン先のような形(図3)になるまで活動する様子が見て取れた。

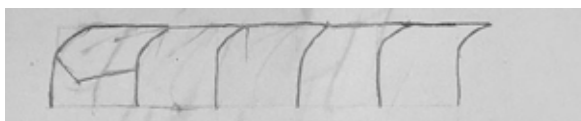


図3 生徒Aのタイリングの様子(第1時)

また、第2時では第1時で上手いかなかった曲線への変形の仕方について問いを持って取り組ん

でいる様子があった。教師が促したRの印を用いた正方形のタイリングパターンを見つける作業では、タイリングについての理解を深め、設定した図形でのタイリングに再び挑戦している様子があった。第1時では、生徒Aはなんとなく形を並べているだけだったが、第2時では基本図形を平行移動させてタイリングができていることが分かり、前時での上手いといった理由を学びなおしていた。第2時の終了時の感想で「平行(移動)で考えたのですが、少し一步の所で上手いかなかった。自分的に思ったのは、平行で考えると2辺が決まると強制的に隣の形が決まるということです。」と述べていた。図4から、生徒Aは基本図形が上下左右に平行移動した場合を考えていた。そのとき、上下の辺と左右の辺が同じ形になることを教師が教えることなく自分だけの力で理解できていることが分かる。つまり、基本の図形を変形すると平行移動した図形にも影響が出ることが理解できている。この生徒Aは、予備知識がない中でも自分で設定した図形を目指して、問いを持ちながら自分なりの方法で粘り強く考えた結果、第1時からの活動がつながり、このペン先のようなタイリングになったと考えられる。

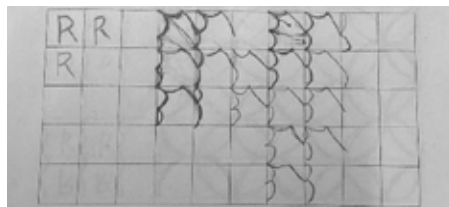


図4 生徒Aのタイリングの様子(第2時)

(2) 創造力を鍛えた生徒B

第2時で行った授業で、タイリングパターンを見つける作業から、生徒Bは正方形のタイリングに様々なパターンがあることを理解できていた。第1時では、生徒Bは平行移動に気づいている様子はあったが、ほかのタイリングのパターンには気づいていなかった。第2時の授業の前半で回転移動と平行移動の組み合わせに気づきそれを用いたタイリングに挑戦していた。最初にタイリングをしたい図形は決めていなかったが、辺の変形を自由に行っていくうちに、鳥のように見えたという。今はまだ鳥に似ているもの(図5)でとどまっているが、第2時終了時の感想で「今後もこういうのをためして行って、発想力をきたえたい。」と述べている。この様子から、生徒Bには自らタイリングの知識を活用し自身が納得する形へもって

いこうとする意欲や創造力が培われたのではないかと考えられる。これもタイリングを何かしらの形で成功させたいという粘り強く考える態度がそうさせたのではないと言える。

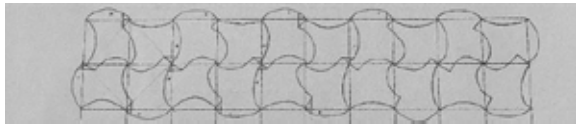


図5 生徒Bのタイリングの様子(鳥)

(3) 絵にこだわってしまった生徒C

第1時で生徒Cは自身の設定した形でタイリングを行うと指示されたときに、形よりも絵に注目している様子だった。最初は、長方形内に自身が持っていたカードの絵を模写し真剣に取り組んでいる様子だった。模写が終わった後には、達成感で取り組みをやめている様子が見られた。ここで筆者が、「これはタイリングになっているの?」と声をかけたところタイリングになっていないことに気づき、同じような長方形を描き始めた。この生徒Cは、授業後の感想で「絵がとても難しかった。」と述べている。数学としては、粘り強く考える態度が養われていないかもしれないが、美術の視点から見た時には絵に集中して取り組んでいたと言える。タイリングは、美術の面白さも兼ね備えているが、図形の変形やデザインする部分にも数学の面白さがあると捉えることができれば、より数学の粘り強く考える態度につながっただろうと考えられる。

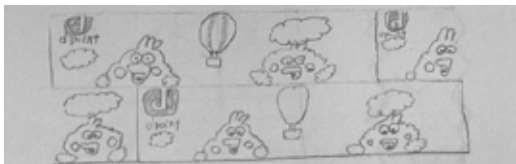


図6 生徒Cのタイリングの様子

5 まとめと今後の展望

本研究の目的は、高等学校数学科において2年生を対象にタイリングを教材に授業を実践し、粘り強く考える態度が養われているか検証することであった。本授業実践の分析および考察の結果から、①自身で設定した図形でタイリングするときはどうしたら上手くいくか問いを持ちながら試行錯誤して取り組む生徒や、②タイリングの法則を理解しじっくり考え何らかの図形でタイリングができた生徒を見取ることができた。このことから、本研究では、粘り強く考える態度というのは、生徒自身が何かの目標をもって授業に取り組んでい

るときに表れているということと、本研究で取り扱った方法でタイリングを教材にしたときに、粘り強く考える態度が養われていることが少なからず示唆された。一方で、2時間の授業では設定した形でタイリングができた生徒が少なかったことや絵のデザイン性にとらわれ、1つの四角形の中の絵だけにこだわってしまう生徒がいたという部分で、今後の授業改善の余地があると言える。

本研究では、粘り強く考える態度を2時間の実践でしか検証できなかったが、この態度というのは数学の課題解決するうえで、いつでも必要になってくるものである。今後の研究では、授業実践後の生徒の様子の変化を見取ることや他単元でも粘り強く考える態度が身につくのかについても構想し、より良い実践に取り組みたい。

引用・参考文献

- G. ポリア(1954)『いかにして問題をとくか』, 丸善出版, pp. 9-16.
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター(2021)『「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 高等学校 数学』, 東洋館出版社.
- 文部科学省(2018)『高等学校学習指導要領 解説 数学編理数編』, 学校図書, pp. 29-30.
- 文部科学省(2021)「STEAM教育等の各教科等横断的な学習の推進について」, https://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/mext_01592.html (最終閲覧日2024年1月23日), pp. 11-16.
- 長崎栄三(2007)『高等学校における離散数学を中心とした新たな教材の開発研究 最終報告書』, 国立教育政策研究所教育課程研究センター, pp. 4-5.
- 根上生也・中本敦浩(2003)『基礎数学力トレーニングNの数学プロジェクト』, 株式会社日本評論社, pp. 13-19.
- 品川嘉也(1994)『脳は創造性をどう引き出すのか』, 大和書房, pp. 40-42.
- 杉原厚吉(2011)『エッシャー・マジック だまし絵の世界を数理で読み解く』, 東京大学出版会.

The Teaching Practice to Cultivate an Attitude of Perseverant Thinking : Focusing on Students Engaging in "TILING"
Ammi OKABE