

ランダムドットによる宇宙膨張の視覚化

遠藤 龍介 山形大学理学部

ランダムドットパターンの上に、それを数パーセント拡大コピーした OHP シートを重ねることで、拡大の「動き」を視覚化できる。これを宇宙膨張のモデルとすることで次のことが期待できる：(1)ハッブルの法則を視覚的に理解できる。(2)宇宙のどこにいても、そこを中心として膨張しているように見えることが容易にわかる。(3)印刷物なので教室内の全員に配布することができ、各自が体験できる。

1. はじめに

サイエンスカフェ等、一般の人向けの解説において、宇宙膨張の様子をどう説明するかは悩むところである。

風船を利用する説明はよく知られている。風船の表面にいくつか点を置きこれらを銀河とする。風船がふくらむことが宇宙膨張である。ふくらむにつれて銀河間の距離が一様に広がっていく。この説明は、閉じた宇宙モデルとしたらなかなか魅力的ではあるが、最近の観測ではわれわれの宇宙は閉じてはいないことがわかってきた。また、この膨張する風船では、ハッブルの法則が必ずしも一目ではわからない。さらには、このような風船を見せられると、聴衆はついつい風船の中や外側は何だろうかという疑問を抱きがちである。「宇宙の外側」というのは魅惑的ではあるが混乱のもとでもある。

柴田氏による「ハッブルのゴム紐」¹⁾はこれらの問題をクリアしている。ゴム紐に等間隔に印をつけ、これを銀河とする。ゴム紐を引きのばすと、銀河間の距離は一様に広がる。これから、膨張速度が銀河と銀河との間の距離に比例していること（ハッブルの法則）も見ただけで納得できる。しかも、どの銀河の立場で考えても、そこを中心にして宇宙が膨張している様子も容易にわかる。また、ゴム紐なら「宇宙の外側」で悩む必要はない；ゴム紐の外側もわれわれの宇宙である。

このように、ゴム紐を使う方法は優れているが、1 次元的であるので、欲を言えば、2 次元的な説明があるとなおうれしい。とはいっても、ゴムシートでは、これを一様に引きのばすことは簡単ではない。

本報告では、ハッブルのゴム紐を補うものとし

て、2 次元的なランダムドットパターンによる方法を提案する。OHP シートを使うだけなので、準備も比較的簡単である。教室内の全員に配布することもできる。

2. ランダムドットパターン

ここでいうランダムドットというのは、乱数をつかって平面上に多数の点を描画したものであ



図 1. ランダムドット

る (図 1)。同じものを少しずらして重ねると、図 2 のように同心円状のパターンが見えてくる。²⁾

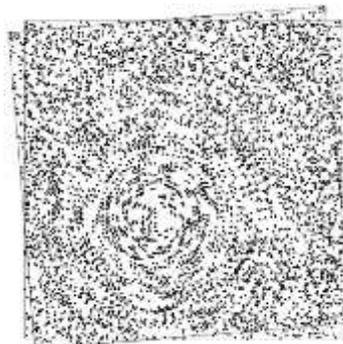


図 2. 回転の視覚化

これにより、微小な合同変換（回転，平行移動）

や相似変換を視覚化できる。西山豊氏は、数学における様々な変換の不動点(図2では回転の中心)を調べるのに、このランダムドットパターンを利用している。^{3),4)}

3. 宇宙膨張の視覚化

宇宙膨張を視覚化するには、ランダムドットパターンとそれを少しだけ拡大コピーしたものを

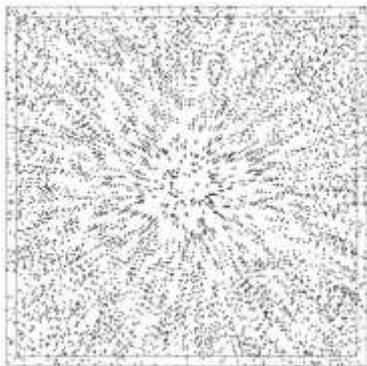


図3. 相似変換(拡大)

使うことのできる。(拡大の変換は相似変換の特殊な場合であり、西山氏も扱っている。)

さて、ハッブルの法則を見るには、ランダムドットパターンのシートに何点か銀河となる印を

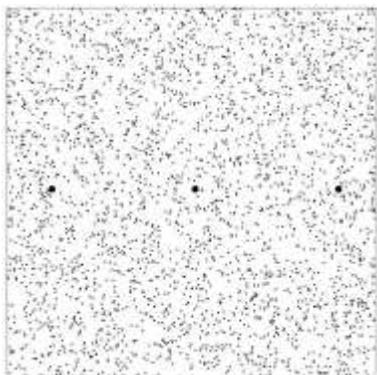


図4. 銀河を表す3つの●印

つける(図4の3つの●)。少し拡大したOHPシートをこれに重ねると、図5のようになる。中央の銀河を中心として宇宙が膨張している様子がわかるであろう。次に、左側の銀河が重なるようにOHPシートをずらすと、今度は左側の銀河を中心として宇宙が膨張しているよう見える(図6)。

(OHPシートのずらし方で右側銀河を中心とすることもできる。)図6の左側の銀河からみれば、中央の銀河よりも、右側の銀河の方がより遠くに移動しているのがわかる。つまり、膨張する速度が距離に比例していること(ハッブルの法則)が視覚的に理解できる。

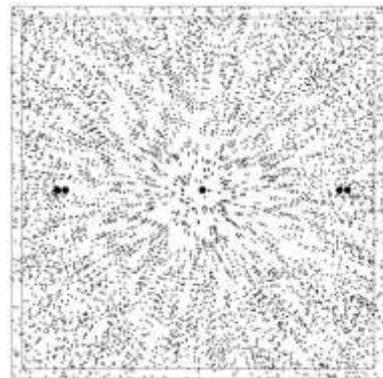


図5. 中央の銀河を中心とした宇宙膨張

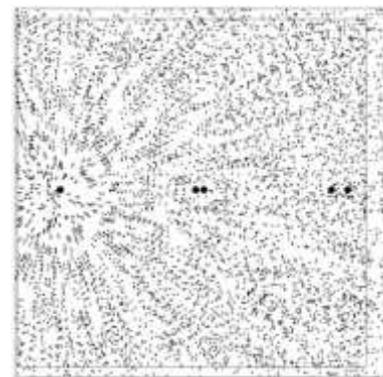


図6. 左側の銀河を中心とした宇宙膨張

4. Excelによるランダムドットの作り方

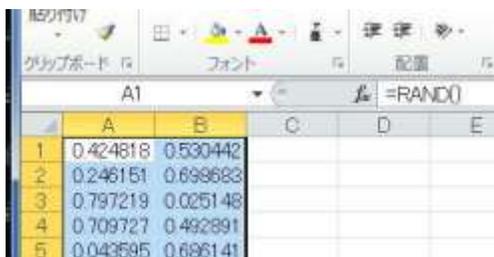
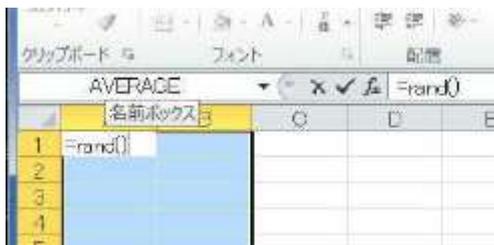
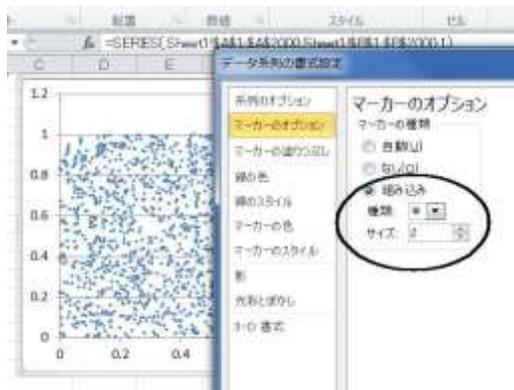
乱数2個で平面の1点がランダムに指定できる。これを多数回行うことでランダムドットパターンを描画できる。文献3),4)には、Visual Basicによる10数行のプログラムが紹介されている。

プログラミングの経験がなければ10数行でも敷居が高いかもしれない。そんな場合は、エクセルの乱数関数(=RAND());引数は空白)を使えばよい。例えば、2000行×2列のセルすべてに乱数を入れ、エクセルのグラフウィザードで散布図を選べば、2000個の点からなるランダムドット

を描くことができる。

具体的には次の手順が簡単である。

エクセルの画面において、名前ボックスに「A1:B2000」と入力するとこの範囲が選択される。A1セルがアクティブになっているので、そこに、「=rand()」と入力してCtrl+Enterを押すと選択範囲内のすべてに乱数が入力される。範囲は選択されたまま



なので、そのままグラフの挿入で散布図を選べばよい。2000点ともなると、標準の設定ではドットサイズが大きすぎるかもしれない。その場合は、マーカーのオプションでサイズを小さくすればよい。グラフの軸や目盛などを削除して、縦横比を調整すれば完成である。紙に印刷して、それをOHPシートに拡大コピーをすればよい。

参考文献

- 1) 柴田晋平「宇宙膨張の発見」
<http://ksirius.kj.yamagata-u.ac.jp/~shibata/publ-lec/hubble/p3.pdf>
- 2) なぜ脳がこのようなパターンを知覚するか
ということは、心理学の課題である。このようなパターンは Glass pattern と呼ばれている。
L. Glass, *Moiré Effect from Random Dots*, Nautre 223 (1969), pp.578-580.
ジャール・ウォーカー「アマチュアサイエンス：ランダムドット・パターンとテレビのスノー・ノイズでの錯覚」日経サイエンス、1980年6月号 pp.118-124.
- 3) 西山豊「不動点を見せる」数学セミナー、41巻2号(2002年2月) pp.14-18.
- 4) Yutaka Nishiyama, *An Elegant Solution for Drawing a Fixed Point*, Int. J. Pure and Applied Math. 78 (2012), pp.363-377.

