

一端閉塞の多孔質弾性管内非定常流に関する理論的研究

(線形近似による層流相似解の成立条件)

大 木 守 松

機 械 工 学 科

(昭和56年9月1日受理)

第1章 緒 論

1.1 機械工学と生体工学との関係

近年、生体工学の分野において機械工学的研究および技術開発が活発に行われている。生物の生命保持あるいは生体の活動のメカニズム・本質に関する研究および生命体の健康保全のための技術あるいは医療技術の開発が主目的であり、蓄積した機械工学の知識・技術を医学および生物学の領域に役立てることが主流である。呼吸の力学に関する応用力学的研究で著名な Fung (1976)⁽¹⁾ は、循環器学、生理学、外科学、整形外科学、移植用人工材料、人工臓器などの医学的課題および頭がい骨損傷、シートベルトなどの交通関連問題ならびに生物の運動のメカニズムが生体の力学の問題として研究されてきたと指摘している。

ASME は 1977 年に生体工学関係のデバイスおよび応用に関する論文ならびに生体組織の挙動に関する新解釈を掲載する Journal of Biomechanical Engineering を発刊した⁽²⁾。アメリカにおける生体工学に関する研究の状況は瀬口 (1979)⁽³⁾ によって詳しく解説されている。ここで瀬口は‘もう一つの生体工学?’と題して、工学を医学や生物学の分野に役立てる最近の生体工学の指向とは逆に、産業用ロボットの研究・開発にみられるような、生物学および医学に根ざす本質をもとにしてそのものの存在が有意義であるシステムを創出する工学を発現する立場での研究・開発が活発になってもよいのではないかと提唱している。

医学あるいは生物学の分野の課題そのものを工学的に解釈して研究する場合は、それらの現象を支配する構成方程式および現象を満たす境界条件あるいは初期条件が固有の、あるいは適合するものであるべきであって定まったものである。一方、それらの現象をもとに発想された工学的な課題はシステムを創出し、新しい工学の分野を生みだすものであり、その立場では構成方程式および現象を満たす条件には自由度がある。この立場でえられる結果は生体工学の分野の現象に対して必ずしも直接説明を加える資料とはならないが、詳細な、生体に適合した課題を説明するための一つの段階としての資料となる場合もあるだろう。

ここで取りあげる多孔質弾性管路内の非定常流に関する研究は、後者の立場でなされたものである。

1.2 生体工学における流体力学の諸問題

花粉、昆虫および鳥はその大きさの関わりかたによってレイノルズ数に適した飛行モードをもつこと、また羽ばたきを利用する場合にはその振動数の大きさが関係し、しかも無次元振動数は小さな値であって、フラッピングとフェザリングには最適の位相差をあたえていること、などの飛行生物に関する問題ならびに魚の遊泳の問題などが outer flow に関する生体工学の課題として論議されている。機械工学的応用の見地に立てば、最近はハング・グライダー、ヨットなどのしなやかな翼まわりの問題が取扱われている。さらに単純化された、航空機、飛行体などに関する飛行の力学ならびに流体力学の発達については特に述べる必要がないほど詳細にわたっている。

生体の inner flow に関する解明されるべき課題は非常に多いが、しかし複雑多岐に問題が交錯したものである。心臓・血管系内の血液の流れ、微小循環、肺による呼吸の力学、泌尿器管内の流動、気体あるいは栄養物の交換などがあげられ、詳細にわたるメカニズムの問題となると、生理学とか脈管学などに関してのそれぞれの項目それ自体が研究課題であるといえる。

1972年に Lighthill⁽⁴⁾ は生理学の分野においてまとめられた流体力学的な問題を調査し、非常に多くの重要な課題が疑問を投げかけるにとどまっているか、解析に失敗しており、ある場合は疑問そのものも間違っていると指摘している。レイノルズ数の範囲、管路の分岐の多岐性、体液移送用管路・容器の膨張性、流れの脈動性および流体の物性が周知の流体力学で取扱っている課題とは全く異なったものであることに留意すべきであると、それぞれの項目に関して、また二次流れ、入口領域の流れ、分岐系の流動抵抗の分布、脈動流の速度分布、乱流、微小循環などに関する見解をのべている。

ところで、生体と工学的対象との間の類似性をみいだす、あるいは単純化を試みて工学的問題を創生するためには生体内の現象を医学、生物学をはじめ、生理学、生化学といった分野について学ばなければならない。流体力学的問題を数多くかかえている心臓血管系および呼吸器系に関してとりあげる。

心臓血管系の構造と機能については例えば Rushmer (1972)⁽⁵⁾ の著書で知ることができる。血液循環系の血液移送の主役である血管は、その構造、内壁の性質など周知の剛性管とは異なり、その材料力学的アプローチに関しては林 (1975)⁽⁶⁾ が解説している。心臓血管系の力学とその計測法については沖野ほか (1980)⁽⁷⁾ の編著があり、生体の現象を力学的に直視できる。肺の力学に関しては松崎 (1977)⁽⁸⁾ (1979)⁽⁹⁾ の解説で研究の動向を知ることができる。

心臓は心底で固定され、右の心房、心室と左の心房、心室の四つの器官からなり、右側と左側は管壁が接合しているが直接の流れの交流はなく、左右が独立している。静脈一心房一心室一動脈の血液の流路の間には実に巧妙な弁があり、心房、心室の膨張・収縮に呼応して開閉する。単純化すれば、心臓は一端閉塞、他端開放の四つの弾性管の弾性的な伸縮運動を利用したポンプであり、動力源は冠状動脈によって心房、心室の管壁に供給されている。

左心室一大動脈弁一大動脈系において、左心室の拍動に呼応して大動脈はその管壁の弾力により左心室の収縮期に拡張し、左心室の拡張期に収縮する。また静脈には各所に弁が

あり逆流を防いでいるが動脈の拍動や筋肉の運動などの圧迫によって静脈弁が開かれる方向に血流が押し出され、心臓方向に流れる。また呼吸の吸気作用で胸腔内が負圧となり胸腔に向って静脈血が吸引される。大動脈も静脈も一端開閉の弾性運動する管路の問題である。

Burton (1962)⁽¹⁰⁾によると壁中に平滑筋が豊富な小動脈や動脈と静脈が短絡するような毛細血管では管は完全に開いているか閉じているかのいずれかの形状をもつ傾向があるとしている。また Van Citters (1966)⁽¹¹⁾は動脈の終末枝や小動脈では平滑筋や円断面をもつ内皮細胞がプラスチックの栓状に完全に閉塞する血管収縮を観察している。動脈の終末枝や小動脈あるいは動脈と静脈が短絡する毛細血管も一端弁制御の管路の問題である。

1.3 流体の弾性管路内流れに関する最近の研究

生体力学の分野で、弾性あるいは粘弾性変形する管壁をもつ管路内の流体の流動について、管路と流体との力学的相互作用に着目した研究がなされている。

油空圧系などで取扱われている、剛体壁管路入力部の振動流あるいは圧力変動を出力端で同期信号としてとりだす圧力波伝播の周波数応答とか変動動力およびエネルギーの伝達に関する課題に対応するもので、管壁が弾性あるいは粘弾性をもち変形可能としたモデルを設定し、動脈内の血液拍動流を解明しようとする試みがある。流体を非圧縮性、管内圧力変動による管の伸・縮を微小として、Womersley (1955)⁽¹²⁾が弾性直円管、Chow and Apter (1968)⁽¹³⁾、Cox (1968)⁽¹⁴⁾、Bulanowski and Yeh (1971)⁽¹⁵⁾が粘弾性直円管、また流体の圧縮性を考慮し、管の変形を微小として、DeArmond and Rouleau (1972)⁽¹⁶⁾が弾性直円管、中野とイスマイル (1976)⁽¹⁷⁾が粘弾性直円管について研究している。いずれも線形近似の理論解析で、次の結果がえられている。

圧力波の伝播速度は管壁のポアソン比が大きいほど大きい。周波数パラメータに対する変化は小さく、その値が10以上では粘性の影響をほとんど受けないが3以下では粘性の効果による伝播速度の減少の程度が大きい⁽¹²⁾。周波数パラメータに対する一波長あたりの減衰定数は位相おくれの最大となる付近で粘弾性の効果が大きい^(13,17)。流体抵抗は剛体管にくらべて弾性管の方が小さく、粘弾性効果は位相速度を増加させ同時に減衰定数を大きくする⁽¹⁴⁾。位相速度および減衰定数は大きな周波数パラメータでは一定に近くなり、流体の粘性はあまり関係がないが周波数パラメータが小さいほど粘性の効果が大きい^(12, 13,14,15)。伝播定数には二つのモードがあり、第一は管の弾性を考慮した流体の波動によるもの、第二は管材中を音速で管軸方向に伝播する波動によるもので、後者による圧力変化の振幅は非常に小さく、普通の管路系ではほとんど問題にならない^(16,17)。解析されたモデルは動脈系で実験検証される段階にある。

しなやかな壁上の非圧縮性流体層流境界層に関する安定性の問題が Benjamin (1960)⁽¹⁸⁾、Landahl (1962)⁽¹⁹⁾などによって理論解析されている。

伸・縮可能な管壁の外側からの外力によって、あるいは管壁それ自体の運動によって、またあるいは管内の流体の非定常流動によって誘起する、管路と管路内流体からなる連成運動系においては、一般に、管長の軸方向伸・縮および管軸断面の膨張・収縮の時間的変動が管軸上の位置によって変わる。

軸方向に進行波状を形成する管壁のぜん動運動と管路内流体とからなる連成運動の問題はその典型的な例であり、二次元流路あるいは軸対称流路について、Burns (1967)⁽²⁰⁾、Fung and Yih (1968)⁽²¹⁾、Shapiro ほか (1969)⁽²²⁾、Chow (1970)⁽²³⁾、Brown and Hung (1977)⁽²⁴⁾、Shukla ほか (1980)⁽²⁵⁾ などが研究している。

管長方向に振幅の減衰を考えない進行正弦波運動をする管壁と流体との力学的な相互作用を論じたもので、管壁の波動の速度、波数、振幅および主流のレイノルズ数が関係する。平均管径にくらべて波動の振幅が微小とし、その無次元振幅で変量を巾級数展開する摂動法により、流線、速度、圧力勾配を解析している^(20, 21, 23)。軸方向に主流のない、管壁の波動運動のみによるぜん動運動固有のポンプ作用で誘起した平均流は振幅／半径（または半幅値）の二乗に比例すること、管軸上で軸方向速度が消失する臨界圧力勾配より大きな圧力上昇に抗するポンプ作用では管軸近傍に逆流が生じることを示した⁽²¹⁾。波動の振幅の大小による効果が、長波長、軸断面内圧力一様の仮定のもとで解析され、時間平均流量は一波長あたりの軸方向圧力差に比例する、振幅が大きくなると一波長内に閉じこめられた渦が管壁の波動とともに移送される、などを明らかにし、また流量と波動の振幅との関係を図示して、逆流および閉じこみ渦発生範囲をあたえている⁽²²⁾。管壁の一部が単独の正弦進行波動運動をする場合について、曲線座標系を用い、数値解法によって、速度、流線、等圧面、応力、運動エネルギー、消散エネルギーの管内分布がもとめられている。軸方向速度の断面内分布は管軸上の位置によって位相差があり、その大きさの流体慣性力による効果が管径収縮による最小断面の前後で大きいこと、計算された閉じこみ渦などの流線と気泡流跡法による流跡と比較し非常によくあっていることが示されている⁽²⁴⁾。管内のコアと管壁近傍の流体の粘度が異なる場合の流動特性が解析され、壁近傍の流体の粘度が中心部にくらべて小さいかその流体の層の厚さが増加すると、一波長内軸方向圧力差が存在する場合は流量が増加し、管摩擦抵抗が減少する、他方、圧力差がない場合には管摩擦抵抗は減少し、流量の増減には関係しないことが示されている⁽²⁵⁾。

やわらかで、つぶれやすい静脈や冠状動脈などの興味ある管路内流動は、収縮・拡大が管軸方向に分布する問題であるがまだあまり研究されていない。

定性的に関連ある剛体管壁がわずかに拡大する場合の管内拍動流について Schneck ら (1975⁽²⁶⁾, 1976⁽²⁷⁾, 1977⁽²⁸⁾) が理論解析し、粘性効果により拍動する圧力と流速との間には特性的な位相差が生じ、その大きさは半径に依存する、慣性力効果は下流で管壁近傍の流れをおくらせ、管中央で増加させることを示し、管壁での流れのはくりに言及している。

つぶれる管路の場合は、Shapiro (1977)⁽²⁹⁾ が軸断面内で変量を一様とした管軸に関する一次元模型を設定し、圧縮性流体の一次元流れの模型との類似性に着目し理論解析している。マッハ数に対応する流速と圧力波の速度との比を媒介定数として導入し、この値が1より小さい場合には断面積が減少すると流速が増加し、1より大きい場合には断面積が増加すると衝撃波的遷移を生じる。つぶれた部分の最小断面で1あるいはそれ以下である。この断面より下流では、上流で1より小さい場合には管路がふくらむが1より大きい場合はふくらまない。チョーキングなどに言及している。Matsuzaki and Fung (1979)⁽³⁰⁾ は上下の弾性板からなる二次元模型を考え、半波正弦波の変形を仮定して、流体圧力分布をもとめ、弾性板の変形を定めた。外圧力が作用している場合には管内動圧が増加す

るとたわみが増加する。外圧が作用していない場合でも動圧がある値に達すると上下弾性板が屈服しはじめる。松崎はこのような管路に関して、自励振動発生、安定性などの問題を取りあつたっている。

さらに単純でしかも基礎的な、弾性管の管長あるいは軸断面が時間のみの関数で一樣に伸びあるいは縮む場合に生じる管路内非定常流動に関する問題は、まだ解明されていないといつてよい。

Uchida and Aoki (1977)⁽³¹⁾ は、半無限長さの円管の断面が一樣に膨張あるいは収縮する過程で誘起する管内流動の時間空間に関する層流相似解を対流項を含めて数値解法によって解析し、軸方向速度分布が直円管定常流の放物線分布に比べて、収縮過程では中心部が減速し、壁面近傍が加速される、一方膨張過程では中心部が大きくなり、壁面近傍が減速し、逆流領域が生じる場合があること、などを指摘し、弾性管路のポンプ作用の機構にあらたな手がかりをあたえた。円管の半径が時間に関して単調に変化する関数を考えている。

Secomb (1978)⁽³²⁾ は、円管の半径および平行平板間路の半幅値に対して一定値の上に振幅の小さい余弦関数で時間変動する項を重ね合せて、軸断面膨張・収縮の問題を理論解析し、管内圧力の振動が管壁の振動の周波数あるいはその高調波に近い場合に共振することを示した。

生体内の管路内体液流を制御している弁は、巧妙なメカニズムによって開閉し、しかも流れに対する摩擦抵抗が小さく、高圧に耐えられるものもあり、80年以上も破壊されずに反復開閉している。このメカニズムに関しては流体力学的にはまだほとんど解明されていない。

Bellhouse and Talbot (1969)⁽³³⁾ は心臓左心室一大動脈間の大動脈弁の挙動を弁のすぐ下流にある、冠動脈孔の閉塞をふせいでいるとみられていた大動脈洞（バルサルバ洞）に着目し、脈動流実験装置で模型実験を行ない、あわせて非粘性流れの解析をし、大動脈弁の開閉に大動脈洞内に誘起している渦が重要な役割を果していることを明らかにしている。弁開放時には大動脈洞内の渦をその入口で弁がふさぎ、大動脈血流と境して圧力の平衡を保つ。心臓の拍動によって左心室膨張期に移り、大動脈流の圧力が下がると渦が発達し、弁が押し下げられる。弁端が近寄り軸断面が減少すると、そのために流過速度が大きくなり、圧力がさらに降下し、渦の発達がうながされ、心室へのわずかの逆流で弁が閉じる、と説明している。

直管路に大動脈洞に似た凹部を考慮し、Duck (1979)⁽³⁴⁾ が流れの理論解析をしている。管路断面の時間変動にともなう非定常流動に関するものである。

弁の開閉にともなう流動は水撃あるいは油撃現象に関係する問題であり、剛体管に関しては数多くの研究がなされている。たとえば Weinbaum and Parker (1975)⁽³⁵⁾ は放物線分布速度をもつ流れが急にせき止められた場合の流れを理論解析している。伸縮可能な管路に関してはこれからの問題である。最近、横山と高橋 (1980)⁽³⁶⁾ が水撃現象について実験し、模型による解析と対比している。

弾性あるいは粘弾性管一流体の連成運動系は、一般に管壁の挙動を力学的に表わす応力一ひずみの関係、あるいは力一速度の関係、または管壁の運動を表わす力学的模型を考慮しなければならない。生体の問題など固有の現象を解明しようとする場合は、実際に適合

する力学的関係⁽⁷⁾を設定して解析することになる。

伸縮可能な管路内の流動に関する最近の研究は、多くの場合、管内の流体の挙動とそれに関連する管壁への力学的作用を知る目的で、管内壁の変位を仮定して解析する手法がとられているために、成果は流体力学的に興味深いものとなっている。

最後に、管内を満たしている流体にふれる必要がある。伸縮可能な管路内流動に関する研究では作動流体をニュートン流体としている。生体内の体液の挙動を考究する場合は対象とする管路を満たしている体液を配慮しなければならないし、それは単純なニュートン流体の性質とは異なり、その流動特性を調べる場合はレオロジーなどの助けを必要とする。

たとえば、血液は血液有形成分、赤血球、白血球、血小板を含む淡黄色の液体の血漿からなり、赤血球の運動および微小循環系における赤血球の変形に関するSutera (1978)⁽³⁷⁾の研究によると、血液は満たしている管路に即応して変形するためにその大きさ、形状は管路の大きさによって決まり、また赤血球は一様に分散していない。生体に関する流体は、一般に、複雑な形状をもち、場合によっては容易に変形可能な粒子を含む流体として扱わなければならない。工学の分野でさかんに行なわれている、含じん気体（固—気）、固—液、液—液、気—液などの流体の流れに関する研究の成果が、生体内体液の流動の研究の資料として役立つはずである。

1.4 管壁の役割

伸縮可能な管壁で囲まれた管路は、流体の輸送路であると同時に、たとえば動脈は管壁の弾力性を利用し、ほぼ一定圧を保つ貯圧槽として、また静脈は低圧差で容積が容易に変わる貯液槽としての役割を果たしている。

生体内の管路壁は細胞の集合体である。急速に進歩している分子生物学の成果が、細胞の構造と機能を説明する基礎となって細胞生物学を発展させている。

細胞膜は物質の仕切りであって、構造を支え、物質を付着・離脱させたり、物質交換を行ない、また選択的に物質を浸透させるなど多岐にわたる役目をもっている。その役割を集合体として考えるときは確率統計現象として把握した、流体力学における今後の課題となろう。

大ざっぱな見方で管壁が行なっている現象を知るには生理学の分野を学ぶ必要がある（たとえば、問田直幹ほか (1975)⁽³⁸⁾）。輸送路である動脈および静脈は内膜、中膜、外膜の三つの層からなり、血管と組織との間には成分のやりとりがない。毛細管は一層からなり、基質の基底膜の外側にルーゼの細胞がある。物質が透過するのは主にこの基底膜の部分で、血液の血漿成分がろ過作用で毛細管壁を通過し、組織に入ってガス交換あるいは物質の交換が行なわれる。物質の透過に関しては浸透圧などの物理化学的な問題がある。

Starling (1896)⁽³⁹⁾、(1909)⁽⁴⁰⁾ は毛細血管内の血液が管壁でろ過されて組織に流れこむ、あるいは管壁内組織から管内に再吸収される質量流量は管壁内外の圧力差（血漿浸透圧差を含む）に比例するという仮説を提唱した。これは膜の浸透性の問題となり、Mauro (1957)⁽⁴¹⁾によって解説され、Meschia and Setnikar (1958)⁽⁴²⁾によってコロジオン膜

に対して実験的に検証された。

管路の流れは、方向、圧力および流量の各制御弁の操作によって方向、管内圧力および流量が制御される。管端末閉塞過程で水撃あるいは油撃現象を生じるが多孔質管壁の管路の場合には管路外への管壁からの浸透流れが加速され、管端末閉塞後に管路開放口に流出が生じる場合には管路外から管路内への吹き出し流れが加速される。管路の一部が閉塞することによる多孔質管路内の流動および圧力の変動は興味深い課題であり、生理学上の重要な問題である。

Landis (1927)⁽⁴³⁾, (1933)⁽⁴⁴⁾, (1934)⁽⁴⁵⁾ は蛙の膜間膜にある一本の毛細管の途中を閉じて染料を注入し、管壁へ浸透する流れ（管壁のろ過作用）を、また管壁から吸入する管内への吸込み流れ（管路の再吸収作用）を調べ、Starling の仮説の確証をえた。また膜間膜の小動脈や毛細管で形成される管路網について調べている。また Hyman (1944)⁽⁴⁶⁾ はねずみの血管壁についてコロイド溶液の浸透圧差とろ過質量に線形関係のあることを示し、Hyman ら (1952)⁽⁴⁷⁾ は組織内の溶液の移動を放射性同位元素のトレーサで追跡した。Zweifach and Intaglietta (1968)⁽⁴⁸⁾ はうさぎの毛細管の途中を閉じ、管壁のろ過・再吸収作用を実験し、透過定数をもとめた。彼等はほかの動物のいくつかの毛細管例について、それぞれの透過定数を実験的に定めて報告している。以上の実験は非常に複雑な現象の条件設定を含むので、結果は流体力学的には不十分な点があり、定性的な資料にとどまる。

Lew and Fung (1969)⁽⁴⁹⁾ は毛細管の管内流れを Starling の仮説を考慮に入れて、剛体壁管路のモデルで理論解析している。放物線分布の速度をもつ流れが管路途中で閉じられたときに生じる流れの速度変動項をもとめ、閉塞端近傍の管壁を浸透する流れが透過定数（フィルタ定数）の大きいほど増加する水撃作用を明らかにした。

ほとんど変形しない多孔質物体内部の流れに関する研究は、フィルタなどの工学的な応用課題があり、多孔質物体を孔の有効直径の分散、空げき率、孔の内面の性質、流路とみた場合の複雑さの程度などで整理し、また流過する流体による差異などを考慮して実験的研究がなされている。基本的な流動は Darcy の法則にしたがうが、それからのずれが論議の対象となる。（たとえば、Scheidegger (1963)⁽⁵⁰⁾）。

微小循環の使命は血管内の血液と周囲組織間の物質の交換にあり、ろ過、拡散および浸透の現象に関して組織の機能が調べられている⁽⁷⁾。微小循環の単位となる毛細管は多孔質壁をもつ流路であり、その集合体である微小循環系を内蔵する組織は一つの多孔質系とみなすことができる。

比較的大きな動脈および細動脈は心臓の拍動に対して受動的な管壁の伸縮運動（血管運動）をする。微小循環系の血管はそれ自体の生理的な要因によって周期的あるいは一過性の収縮・拡張運動をしている⁽⁷⁾。微小循環系を一つの多孔質系とみなす場合には系全体に対してもある収縮・拡張運動を考慮する必要がある。したがって、伸縮可能な多孔質管壁の運動を力学的なモデルで表現する試みが必要となる。

巨視的な、連続体の力学の立場で、多孔質の伸縮可能な管壁をもつ管路内の流動に着目したもっとも簡単な流れのモデルは、管内壁面の伸・縮運動の状態を適当にあたえ、Starling の仮説を満たす多孔質管内壁面透過流れを考慮する場合となる。剛体の壁面での吹き出しあるいは吸込み流れを考慮した境界層制御あるいはフィルタに関する課題の、伸縮可能な壁

面をもつ管路あるいはフィルタへの応用問題となる。

1.5 多孔質弾性管路と管内流体からなる連成運動系の設定

弾性管路内の流動の問題は、生体力学上の諸現象を解明するために適当なモデルを設定し、理論的ならびに実験的に研究されてきた。したがって弾性管路内の基礎的な流動の特性がまだほとんど明らかにされていない。そこで、流体力学の立場からみて、興味深い、基礎的な多孔質弾性管路に関する流れのモデルを設定し、その流動特性を理論的にみいだし解析を試みる。

容易に伸び縮みする多孔質の管壁をもつ管路の一端を、流体が流過しない容易に伸縮して平面を保つ弾性膜で閉じて固定する。弾性管壁の運動および流れの状態がこの閉塞端の面に関して対称であれば、この閉塞端末の弾性膜がない管路内の流動問題と同じになる。

管路開放端での軸方向の引張り力あるいは圧縮力により管長が伸びあるいは縮み、また管路開放端での流体への駆動圧力、あるいは管壁外側での管壁への供給圧力および流体への圧力による流体の管内への圧入あるいは管外への吸入により、管路が全体にわたって膨張あるいは収縮する場合に誘起する管路内流体の非定常流動の理論解析を第一の課題とする。

管壁が多孔質のために、管壁の運動および管路開放端末ならびに管壁外側の圧力供給状態にしたがって生じる管壁内を透過する流体の流れ、すなわち管壁面上での流体の吹出しあるいは吸込み流れの管路内流動への影響を解析することを第二の課題とする。

管壁および作動流体の物理化学的性質を考慮した多孔質弾性管壁内部の詳細の流動は論じない。

管路は直管とし、軸回転および管壁のねじれが生じないとする。管路は半無限管長をもつとするが、管路開放端末での流れへの効果を考えないという意味である。

管壁の弾性運動によって生じる管長の伸・縮および管路軸断面の膨張・収縮は、一般に、時間によって変動するとともに管軸上の位置によっても変わるが、もっとも単純で基礎的な次の三つの様式の場合をとりあげる。

- (a) 管路軸断面の変形にくらべて、管長の伸びあるいは縮みが大きい。
- (b) 管路軸断面の膨張あるいは収縮が、管長の伸びあるいは縮みにくらべて大きい。
- (c) 管路軸断面が膨張すると同時に管長も伸びる、あるいは管路軸断面が収縮すると同時に管長も縮む。

多孔質弾性管の運動は、管壁の特性をもとにした構成方程式と流体の運動に関する支配方程式とを連立させて、境界条件を満たす解としてあたえられるべきであるが、ここでは管内壁面の変位を時間の関数としてあたえ、一端を閉じた多孔質弾性管の管壁の伸・縮運動にとまって生じる管路内の流体との連成運動の特性を、管壁上に吹出し、吸込み流れを考慮して解析する手法を提唱する。

1.6 流れのモデルと時間・空間に関する層流相似解の解析方法

一端閉塞の多孔質弾性管路として、縦横比が非常に大きい長方形の軸断面をもち、平行平板間路とみなせる場合および直円管が保たれる場合をとりあげる。

作動流体は单相で、非圧縮性とし、その粘度は一定とする。体積力は考慮しない。

管内壁はなめらかで、Starling の法則を満たす流体の多孔質管壁透過流れを仮定する。管内壁上での管路内から管壁内への吹出しあるいは管壁から管路内への吸込み流れの条件として管内壁上の吹出し条件を導入し、管内流動状態の分類の媒介定数とする。管壁のフィルタ定数と管壁吹出し条件は比例関係にある。

管路の弾性運動を表す、管壁の時間に関する変位関数 $G(t)$ および $F(t)$ を、管長が G 倍で、他方、平行平板間路の場合は平板内面間距離の半幅値が、また円管の場合はその内半径が F 倍で、伸びるあるいは縮むとして導入し、それぞれの座標に対応するラグランジ座標を導入する。変位関数 F および G は適当にあたえることができる任意の関数である。ここで、 t は無次元時間である。

さきに設定した三様式の一端閉塞多孔質管路の弾性運動によって誘起する流体の流動の特性を簡単に知るために、時間・空間に関する層流の相似解を求めることにする。そのために簡単な流線関数を設定する。

管壁の変位関数 F および G は、運動量保存式から相似解が簡単に求まるように導入する。

多孔質管壁での吹出し流れの速度は次のように定める。管長が伸びあるいは縮む場合は、管路内流体の管壁法線方向速度の大きさに比例する。平行平板間内面距離あるいは円管内半径が伸びあるいは縮む場合は管壁の運動速度に比例する。管壁の吹出し条件をあたる媒介定数を、管内壁上の法線方向流動を表すこれらの時間に関する変数の比例定数として導入し、吹出し速度条件とする。

管壁の変位関数および管壁上の法線方向速度に関する上の境界条件は、解析上の都合によって定めるものである。具体的に多孔質弾性管を選定し、実験的検証を行なう場合には、選定した多孔質弾性材料によって境界条件が定まり、変位関数 F および G が構成方程式を満たす解としてえられる。したがって境界壁上での吹出し流れの条件は、ほかに多種多様に考えられる。

運動量保存式は非線形である。所要の諸条件を満たす数値をあて、任意の数値を試行錯誤してえらび、対応する閉じた数値解を求める数値解法が考えられるが、あてた数値以外の場合の特性は内そうあるいは外そうによって知るほかになく、またあてた数値のきざみを小さくして詳細に調べるほど計算量は大きくなる。

そこで、簡単に流動特性を知るために加速度の対流項が他の項に比べて小さいとして線形近似を行ない、解析解をみいだした。えられた解あるいはそれを用いた簡単な数値計算により、任意の変数に対しての解のもつ特性の見解を示すことができる利点がある。しかし急速な運動の場合には非線形項の効果を検討する必要がある。

第一部に平行平板間路の場合の、また第二部に直円管の場合の解析を示し、おわりに結論で総括する。

第1部 一端閉塞の多孔質弾性平行平板間内非定常流

第2章 緒言

もっとも単純な、多孔質弾性直管の管軸断面が縦横比の非常に大きい長方形管で、平行平板間路と仮定できる場合を考える。

はじめに、流れの模型に対する基礎方程式を導入する。

管路壁の弾性運動を次の三つの様式に分類し、理論解析した。

- (a) 平板が軸方向に伸びあるいは縮み、平板間距離が変わらない (1979)⁽⁵¹⁾
- (b) 平板間距離が伸びあるいは縮み、平板の長さが変わらない (1979)⁽⁵²⁾
- (c) 平板の長さおよび距離が同時に伸びあるいは縮む (1980)⁽⁵³⁾

それぞれの場合に対して、多孔質管内壁面上での弾性的変位および透過流体流れを、時間・空間に関する層流相似解が簡単にみいだせるようにあたえている。

線形近似した方程式を満たす流体の速度および流線の解析解をもとにして、それらの特性を明らかにした。

管路の伸・縮にともなう変動体積を求め、管壁での流体の吹出しの臨界値を指摘して管壁の吹出し条件を区分し、管壁運動条件と組合せて管内の流動状態を分類した。

ついで、圧力、管摩擦抗力、動力および仕事の解析解をみいだし、それらの特性を明らかにした。

これら三つの運動様式に関する線形近似の解からえられる定性的な特性を総括する。

おわりに、省略した非線形項の大きさの程度を吟味し、線形近似解の成立条件を指摘する。

第3章 基礎方程式と流れの模型

流体の密度 ρ^* および動粘度 ν^* は一定とする。多孔質弾性長方形管の管軸を x^* 軸とする直交座標系 $S^*(x^*, y^*, z^*)$ を用い、速度ベクトルを $V^*(u^*, v^*, w^*)$ 、圧力を p^* 、時間を t^* とする。次の無次元変数を導入する。ここでおよび以下 $*$ のない変数は対応する $*$ のある次元をもつ変数の無次元表示とする。

$$\begin{aligned} S^*(x^*, y^*, z^*) &= L^* S(X, Y, Z), & t^* &= \frac{L^{*2}}{\nu^*} t \\ V^*(u^*, v^*, w^*) &= \frac{\nu^*}{L^*} V(u, v, w), & p^* &= \frac{\rho^* \nu^{*2}}{L^{*2}} p \end{aligned} \quad (1)$$

ここで L^* は長さの代表値であり、ある瞬間 $t=t_0$ における平行平板間距離の半幅値とする。

上の無次元変数を用いると、周知の質量および運動量保存則は次式となる。

$$\nabla V = 0, \quad \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \nabla^2 V \quad (2)$$

ここで、

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial X} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial Y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial Z}, \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial X} + v \frac{\partial}{\partial Y} + w \frac{\partial}{\partial Z}$$

$X=0$ に、面内で伸縮し、平面を保つ弾性膜があり、管路を閉じている半無限長さの多孔質弾性長方形管路を考える。長方形断面の縦横比が大きく、変量の Z 方向の変化が無視できる平行平板間路を仮定する。 Z 方向速度成分 w は考慮しない。管壁の弾性運動にともなって、管内壁上の座標値が、 $y^* = \pm L^* F(t)$ で、また管長の軸方向の座標値が $x^* = L^* G(t)$ で伸びあるいは縮む場合を考える。ここで、 L は無次元管長である。流れの模型

を図 1 に示す。

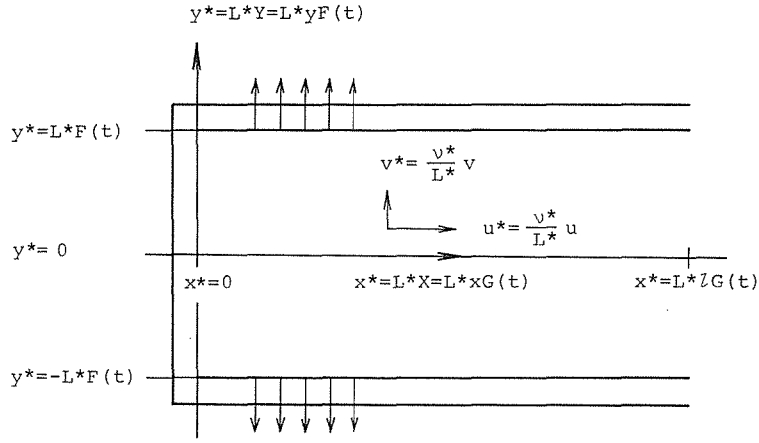


Fig. 1 Flow model

管壁の弾性的変位の条件を考慮して、あらたに次の条件を満足するラグランジ座標 x および y を導入する。

$$X = xG(t), \quad Y = yF(t) \quad (3)$$

したがって、次の関係式をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= xg(t), & \frac{\partial y}{\partial t} &= yf(t), \\ g(t) &= -\frac{1}{G} \frac{dG}{dt}, & f(t) &= -\frac{1}{F} \frac{dF}{dt} \end{aligned} \quad (4)$$

この座標を用いると、設定した模型に対する基礎方程式は次式となる。

質量保存則より、

$$\frac{1}{G} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{F} \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

次式を満たす流線関数 Ψ が導入できる。

$$u = \frac{1}{F} \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{1}{G} \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (6)$$

運動量保存則は、

$$\begin{aligned} \frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{1}{G^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{u}{G} \right) \frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{v}{F} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{1}{F} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{1}{G^2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\partial v}{\partial t} - \left(\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{u}{G} \right) \frac{\partial v}{\partial x} - \left(\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{v}{F} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \quad (7)$$

管壁の弾性運動を表す F および G は時間に関する任意の関数であり、所要の具体的な関数をあたえることができる。上の基礎方程式および適当な境界条件を満足する解を求めることが課題となる。

第4章 線形近似の層流相似解からえられる定性的な特性

一端を閉じて固定し、他端が開放路の、縦横比が大きく平行平板間路とみなせる多孔質弾性長方形直管路と流体が、管路壁外部および管路開放端からの駆動力によって運動する連成系について、流体の流動に着目し、線形化した支配方程式を解析してみいだした時間空間に関する層流相似解からえられる定性的な特性を総括する。

管路の運動様式は次の三つの場合である。

- (a) 平板が軸方向に伸びあるいは縮む⁽⁵¹⁾
- (b) 平板間距離が伸びあるいは縮む⁽⁵²⁾
- (c) 平板の長さおよび距離が同時に伸びあるいは縮む⁽⁵³⁾

それぞれの場合に対して、速度、流線、圧力、管摩擦抗力、動力および仕事が解析的に明らかにされている。

管路内流動の時間的変動の程度および伸び・縮みを分類する無次元媒介定数 $k = k^* L^* / \nu^*$, $m = m^* L^* / \nu^*$ (k^* , m^* は単位時間あたりの変動をあたえる定数, L^* は代表長さ, ν^* は流体の動粘度) がある。管長の伸・縮の場合を例にとると、正の m は伸び、負の m は縮みの程度を表し、正の k は際限なく伸びあるいは縮む、負の k は有限長から他の有限長への変動を表す。この場合 k は管長伸・縮の様式を正・負値で分類し、 m はその正・負で伸・縮を区分する。 m/k の大きさは時間変動の程度を示すことになる。管路が軸断面膨張・収縮する場合は上の m の意味での伸・縮区分を k で表している。これらの値の絶対値が大きいほど、伸・縮の時間変動は大きく、したがって速度、流線分布、圧力、管摩擦抗力、動力および仕事への、伸・縮の効果は大きい。

軸断面形状が軸方向に変わらないとする平行平板間路の条件により、管路内等圧面が閉塞端近傍で管軸にほぼ平行で、閉塞端から離れるほど管軸に垂直に近い分布をする。そのために流体の作用する動力はある管長で作用方向が逆転し、仕事はその符号が変わる。管長が比較的長い場合には流体のなす軸方向の動力および仕事は管壁面上で法線方向への動力および仕事の3倍必要であり、また、収縮過程の方が膨張過程の場合より大きい。

管壁上での流体の吹出し・吸込み流れを区分する媒介定数 $S_w = S_w^* L^* / \nu^*$ (S_w^* は管壁法線方向管壁内への流体の流入速度条件) を導入して、多孔質管壁での流体の吹出し・吸込み流れの管路内流動におよぼす効果を求めた。

管壁吹出し条件には、それぞれの管路運動様式に対応する臨界値があることが示され、これらの臨界値をもとにして管壁透過流れを区分し、管壁運動条件と組合せて多孔質弾性管のポンプ作用を分類できることを示した。

管長が伸・縮する場合には管壁吹出し条件に二種類の臨界値がある。一つは管壁での透過流のない場合で管軸方向平均流量がない状態である。他の一つは、管長の伸び・縮みによって生じる変動体積分を、伸びるときには管壁から吸込み、縮むときには管壁外に吹出す場合で、管壁の運動条件に無関係な縮退した流動状態になる。

管軸断面が膨張・収縮する場合は二種類の臨界値がある。第1は、管壁での透過流がない場合で、体積変動分を管路膨張・収縮に対応して管軸方向から吸込む・管軸方向へ吐出する場合である。第2は、体積変動分を、膨張の場合は管壁から管内に吸込み、収縮の場合は管壁内へ吹出す場合で、管軸断面を流過する流れもない。静止流体中を管壁のみが運動

する臨界状態である。

管長が管軸断面と同時に伸びあるいは縮む場合には三種類の臨界値がある。第1は、管壁での透過流のない場合で、管路膨張体積分を管軸断面をとおして吸込む、あるいは収縮体積分を管軸方向に吐出する場合である。第2は、管軸断面を流過する平均流出入のない場合で、管路変動体積分を、膨張の場合は管壁から吸込み、収縮の場合は管壁内へ透過させる場合である。第3は管路変動体積分を、膨張過程では軸方向に吐出し、管壁からその2倍を吸込み補充する、収縮過程では逆の流れの状態となる場合で、管路内の流動は管壁運動条件に無関係な縮退した状態となる。

管路内の流動については次のことが明らかにされた。

管長が伸・縮する場合は、際限なく伸びあるいは縮むとき、管内コア流と管壁近傍の境界層に分かれる傾向をもつ。一方有限管長への伸びあるいは縮み運動では管軸まわりに補流が卓越する。管壁の運動に追従する管内の流動領域が広く、深くなる。そして流体と管路の連成運動系として特異な、ほとんどの流体が管壁とともに動き、管軸の極く近くにそれを補う流動が必要となる極限としての固有値が運動条件に周期的に存在することがみいだされた。この固有条件の場合には伸・縮運動のための動力および仕事は極値が要求される。

管路軸断面が膨張・収縮する場合、膨張過程では管軸まわりに卓越した補流が発達し、急速になると管壁近くに逆流領域が発達する。収縮過程では管内コア流と管壁近傍の境界層に二分される傾向をもつ。

管長および管軸断面が同時に伸・縮する場合は、管路軸断面のみが膨張・収縮する場合と定性的に同じ流動を示すが、その特性はさらに顕著になる。急速な膨張運動ほど管軸方向速度は管軸近傍での補流として発達し、管壁近傍に逆流域が発生する。この逆流域の極大値は管壁法線方向速度の極大値とともに、急速膨張運動ほど管軸の近くで生じる。管軸近傍のみで管路膨張体積分を補う流れが発達することを示している。しかし管長のみの伸・縮の場合のような固有条件はみいだせない。収縮過程では急速運動ほど管壁近傍の境界層が薄くなる。したがって、収縮運動の方が対応する膨張運動に比べて、流体のなす動力および仕事は大きい。

管壁での管内外への透過流がこれらの流動特性に関与している。

第5章 非線形項の効果と線形近似でえられた解の成立条件

三つの管路運動様式それぞれについて、運動量保存式を、非線形項（対流項）が他の項に比べて省略できるとして線形化し、時間・空間に関する層流の相似解をみだし、流動特性を明らかにした。

ここでは、非線形項を残した運動量保存式にもどり、非線形項の効果を検討し、あわせて、線形近似でえられた解の成立条件を示す。

以下に使用する記号は、対応する運動様式の解析で用いたものである。

5.1 平板が軸方向に伸びあるいは縮む場合

非線形項を残した運動量保存式は次式となる。

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{G^2} \frac{1}{x} \frac{\partial p}{\partial x} &= K_{p0} g + (v_0 \frac{du_0}{dY} + u_0^2) g^2 \\
 \frac{\partial p}{\partial Y} &= K_{p0} Y g - \frac{1}{2} \frac{dv_0^2}{dY} g^2
 \end{aligned} \quad (1)$$

右辺の g^2 の項が非線形項である。

えられた速度解を平板法線方向圧力勾配の式に代入し、多孔質弾性平板法線方向の流体流れの程度を表す平板内壁面・管軸間圧力差を求めると、次式がえられる。

$$p(x, \pm 1, t) - p(x, 0, t) = \frac{K_{p0}}{2} g(1-C) \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{S^2}{K_{p0}} g = \frac{\text{非線形項}}{\text{線形項}} \\
 K_{p0} &= \begin{cases} k\{(1+S)A_0 - 1\} & (k \neq 0 \text{ の場合}) \\ 3(1+S) & (k = 0 \text{ の場合}) \end{cases} \\
 g &= -m \exp kt, \quad \frac{1}{A_0} = 1 - \frac{\tanh \sqrt{k}}{\sqrt{k}}
 \end{aligned} \quad (3)$$

したがって、非線形項の管内流動状態におよぼす効果は C の値で表すことができ、その値が1以下の場合に非線形項を省略できる。 C は S 、 k および m ならびに g の時間変動に関係する。

$$|k| \ll 1 \text{ の場合, } kA_0 \sim 3, C \sim -\frac{S^2}{3(1+S)} m \quad (4)$$

$$|k| \gg 1 \text{ の場合, } kA_0 \sim k, C \sim -\frac{m}{k} S \exp kt$$

ただし、負の k の場合には K_{p0} が k に対して周期的に変化するために、 k の値に留意する必要がある。

$k = k_e$ (固有値) の場合、 $K_{p0} \sim \infty$, $C \sim 0$

$$k = k_e = -2.45 \text{ 等の場合, } K_{p0} = -k, C \sim S^2 \frac{m}{k_e} \exp kt \quad (5)$$

非線形項は、したがって、管壁での透過流れが小さい場合、有限管長への伸・縮運動で比較的時間が経過した場合および際限ない伸・縮運動で m の絶対値が小さく、管壁運動のはじめの時期では省略可能である。ここで、有限管長への伸・縮運動条件が固有値の場合には非線形項は問題にならない。また管壁吹出し条件が臨界値 S_e の縮退した流動に対しては非線形項の効果は無視できない。

5.2 平板間距離が伸びあるいは縮む場合

運動量保存式に非線形項を残すと次式となる。

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{1+S} \frac{1}{X} \frac{\partial p}{\partial X} \frac{F^2}{f} &= K - (1+S) \frac{k}{2} \left(u_0^2 + v_0 \frac{du_0}{dy} \right) \\
 \frac{1}{1+S} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{1}{f} &= Ky + (1+S) \frac{k}{4} \frac{dv_0^2}{dy}
 \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、

$$K = \frac{d^2 u_0}{dy^2} + \frac{k}{2} y \frac{du_0}{dy} + k u_0$$

平板内壁面・管軸間圧力差は次式となる。

$$p(X, \pm 1, t) - p(X, 0, t) = f(1+S) \frac{K}{2} (1+C) \quad (7)$$

$$\text{ここで,} \quad C = (1+S) \frac{k}{2K} = \frac{\text{非線形項}}{\text{線形項}}, \quad (8)$$

$$\frac{k}{K} = \frac{1 - \left(1 + \frac{k}{2}\right) \phi(1)}{1 - \frac{k}{2} \phi(1)}, \quad \phi(1) = \exp\left(-\frac{k}{4}\right) \int_0^1 \exp\left(-\frac{k}{4} y^2\right) dy$$

K はほぼ k の程度である。したがって、非線形項の効果は管壁吹出し条件が $S = S_c = -1$ の臨界値、すなわち静止流体中を平板がその面の法線方向に、上・下ともに離れる、あるいは近づく運動をする状態に近い場合に省略可能である。いいかえれば、平板間内の流体の流動への非線形項の効果は、管壁の運動が遅い場合に、というよりは管壁の多孔性に関係して、平板間内でゆっくりした流動が誘起する場合に省略可能ということになる。

5.3 平板の長さおよび距離が同時に伸びあるいは縮む場合

運動量保存式は、非線形項を残すと次式となる。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{f} \frac{1}{x} \frac{\partial p}{\partial x} &= K - \frac{k}{2} \left(u_0^2 + v_0 \frac{du_0}{dy} \right) \\ \frac{1}{f} \frac{\partial p}{\partial y} &= Ky + \frac{k}{4} \frac{dv_0^2}{dy} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、

$$K = k - (S+2) K_{00}, \quad K_{00} = k K_1 \left\{ 1 - \frac{k}{2} \phi(1) \right\}$$

管内壁・管軸間圧力差を求めると次式となる。

$$p(x, \pm 1, t) - p(x, 0, t) = f \frac{K}{2} (1+C) \quad (10)$$

$$\text{ここで,} \quad C = \frac{k}{2K} (1+S)^2 \quad (11)$$

K_{00} はたかだか k の程度の値をもつ故、

$$K \sim -k(1+S)$$

したがって、

$$C \sim \frac{1}{2} (S_a - S) \quad (12)$$

管壁吹出し条件 S_a は、管路体積変動分を、膨張過程では管壁から管路内に吸込み、収縮過程では管壁を透して管外へ吹出す場合であり、管軸方向の軸断面平均流量がない場合である。

非線形項の効果は、管路の膨張あるいは収縮運動の遅速にはほとんど関係なく、管壁の多孔性に関係し、管壁の吹出し条件がその臨界値 S_a に近い値の場合に無視できる。

第2部 一端閉塞の多孔質弾性円管内非定常流

第6章 緒言

多孔質弾性直管の管軸断面が軸方向に一様で、円形を保つ場合を考える。

はじめに流れの模型に対する基礎方程式を導入する。

管路壁が次の三つの様式で弾性運動する場合に関して理論解析した。

- (a) 円管軸断面が変わらないで、管長が伸びあるいは縮む (1979)⁽⁶⁴⁾, (1981)⁽⁶⁶⁾
- (b) 管長が変わらないで、円管軸断面が膨張あるいは収縮する (1981)⁽⁶⁶⁾
- (c) 円管の管長および軸断面が同時に伸びあるいは縮む (1981)⁽⁶⁷⁾

それぞれの運動様式に対する弾性管内壁の変位は、対応する平行平板間路の管壁運動と同じ変位関数をあたえ、管壁の透過流体の流れの条件を、時間・空間に関する層流相似解がみいだせるようにあたえている。

線形近似した方程式を満たす流体の速度および流線の解析解を求め、それらからえられる特性を明らかにした。

管路の伸・縮にともなう変動体積を求め、管壁での流体の吹出しの臨界値を指摘して管壁吹出し条件を区分し、管壁運動条件と組合せて管内の流動状態を分類した。

次に、圧力、管摩擦抗力、動力および仕事の解析解を求め、それらからえられる特性を明らかにした。

上でえられた三つの運動様式に対する線形近似の解から指摘できる定性的な特性を総括する。

ついで、省略した非線形項の大きさの程度を吟味し、線形近似解の成立条件を指摘する。

第7章 基礎方程式と流れの模型

流体の密度 ρ^* および動粘度 ν^* は一定とする。多孔質弾性直円管の管軸を z^* 軸とする円筒座標系 $S^*(r^*, r^*\theta, z^*)$ を用い、速度ベクトルを $V^*(u^*, v^*, w^*)$ 、圧力を p^* 、時間を t^* とする。

次の無次元変数を導入する。ここでおよび以下 $*$ のない変数は、対応する $*$ のある次元変数の無次元表示とする。

$$\begin{aligned} S^*(r^*, r^*\theta, z^*) &= L^* S(R, R\theta, Z), \quad t^* = \frac{L^{*2}}{\nu^*} t \\ V^*(u^*, v^*, w^*) &= \frac{\nu^*}{L^*} V(u, v, w), \quad p^* = \frac{\rho^* \nu^{*2}}{L^{*2}} p \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 L^* は長さの代表値であり、 $t=t_0$ における円管の内半径とする。

軸対称の場合の質量および運動量の保存式は、上で導入した無次元変数で表すと次式となる。

$$-\frac{\partial}{\partial R}(Ru) + \frac{\partial}{\partial Z}(Rw) = 0$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial R} + w \frac{\partial u}{\partial Z} - \frac{v^2}{R} &= - \frac{\partial p}{\partial R} + \nabla^2 u - \frac{u}{R^2} \\
 \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial R} + w \frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{uv}{R} &= \nabla^2 v - \frac{v}{R^2} \\
 \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial R} + w \frac{\partial w}{\partial Z} &= - \frac{\partial p}{\partial Z} + \nabla^2 w
 \end{aligned} \tag{2}$$

ここで,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$$

$z^* = 0$ にある, 面内で伸縮し, 平面を保つ, 流体を透過させない弾性膜で一端を閉じた多孔質弾性直円管を考える。管壁の弾性運動にともなう, 管軸断面の内半径が, $r^* = L^*F(t)$ で, また管長が $z^* = L^*ZG(t)$ で伸びる, あるいは縮む場合に管内に誘起する流体の非定常流動を解析する。管壁はねじれを生じないとし, 管路は軸回転しないとする。流れは軸対称で, 周方向速度成分はほとんどないと仮定する。ここで, l は $t = t_0$ における無次元管長である。流れの模型を図 1 に示す。

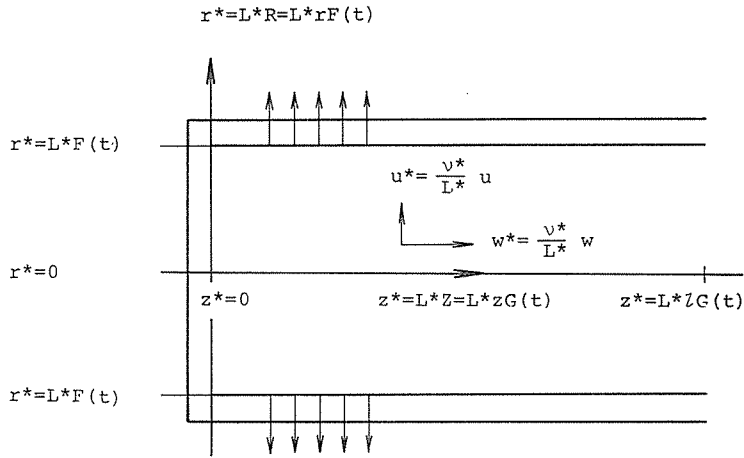


Fig. 1. Flow model

円管内半径および管長の座標値が時間とともに, $R = F(t)$ および $Z = ZG(t)$ で伸・縮することを考慮して, あらたに次の条件を満たすラグランジ座標 r および z を導入する。

$$R = rF(t), \quad Z = zG(t) \tag{3}$$

したがって, 次の関係式がえられる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial r}{\partial t} &= rf(t), \quad \frac{\partial z}{\partial t} = zg(t) \\
 f &= - \frac{1}{F} \frac{dF}{dt}, \quad g = - \frac{1}{G} \frac{dG}{dt}
 \end{aligned} \tag{4}$$

この座標を用いると, 設定した模型に対する基礎方程式は次式で表される。

質量保存則より，

$$\frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial z} (rw) = 0 \quad (5)$$

次式を満たす流線関数 Ψ を導入する。

$$u = -\frac{1}{Gr} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{1}{Fr} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (6)$$

ナビエ・ストークスの方程式は，

$$\begin{aligned} \frac{1}{F} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{1}{F^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial ru}{\partial r} \right) + \frac{1}{G^2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ &\quad - \frac{\partial u}{\partial t} - \left(\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{u}{F} \right) \frac{\partial u}{\partial r} - \left(\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{w}{G} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{1}{F^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{G^2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \\ &\quad - \frac{\partial w}{\partial t} - \left(\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{u}{F} \right) \frac{\partial w}{\partial r} - \left(\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{w}{G} \right) \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \quad (7)$$

管路内壁面の変位を表す関数 F および G は，時間に関する任意の関数であるが，多孔質弾性直円管路壁の三つの運動様式で誘起する管路内流体の非定常流動に対して，時間空間に関する層流相似解をみいだす解析上の都合から，平行平板間路の場合と同じ関数を仮定する。

上の基礎方程式および適当な境界条件を満足する解を求めることが課題となる。

第8章 線形近似の層流相似解からえられる定性的な特性

一端を閉じて固定し，他端を開放とし，その開放端および管壁外部からの駆動力によって生じる多孔質弾性直円管と流体からなる連成運動系について，流体の流動に着目し，支配方程式を線形化してみいだされた時間・空間に関する層流相似解からえられた定性的な特性を総括する。

直円管路の運動様式は次の三つの場合である。

- (a) 管長が伸びあるいは縮む^{(54), (55)}
- (b) 管軸断面が膨張あるいは収縮する⁽⁵⁶⁾
- (c) 管長および管軸断面が同時に伸びあるいは縮む⁽⁵⁷⁾

それぞれの場合に対して，速度，流線，圧力，管摩擦抗力，動力および仕事は解析的に明らかにされている。

管路の弾性運動を表す管内壁面の法線方向変位および軸方向変位は，平行平板間路と同じ時間に関する関数を用いた。したがって管路・流体からなる連成運動系の特性を分類する無次元媒介定数 k および m については，平行平板間路の場合と同じである。

管路軸断面形状が軸方向に変形しないで直円管が保たれるという条件により，管路内等圧面が閉塞端近傍で管軸にほとんど平行で，閉塞端を離れるほど管軸に垂直に近くなる。そのために管路内流体のなす動力はある管長で作用方向が逆転し，仕事はその符号が変わることになる。管長が比較的長い場合には，流体がなす軸方向動力および仕事は管内壁面

上法線方向になす動力および仕事の3倍必要である。収縮運動の方が運動条件 k の絶対値の等しい膨張あるいは伸長運動にくらべて、流体のなす動力および仕事が大きいが、これは管壁近傍の境界層が伸長運動よりも薄いからである。

多孔質管壁を透過する流体の程度を示す媒介定数 S_w によって、管内流動特性におよぼす管壁での透過流の効果を調べた。管路弾性運動のそれぞれに対応して、管壁吹出し条件 S_w には臨界値があり、それらをもとにして管壁吹出し条件を区分し、管壁運動条件と組み合わせると、多孔質弾性直円管のポンプ作用が分類できる。

多孔質管壁上で透過流がない臨界条件では、管路伸・縮のみの場合は管軸断面での平均流量はない。伸びるとき、管路開放末端で管内に、管長増加分だけ吸入され、縮むときは吐出すのみである。管路軸断面が膨張・収縮する場合は、変動体積分だけ、それぞれ管軸方向で吸入・吐出す。これは管長および軸断面が同時に伸・縮する場合も同じである。

管軸断面での平均流量のない臨界条件では、管路伸・縮のみの場合は管壁での透過流はない。管路軸断面のみ膨張・収縮する場合は膨張変動体積分を管壁から管内に吸込み、あるいは収縮体積分を管壁を透して吹出す。すなわち管壁を透過する流れがあるのみで、管内流体は静止状態にある。管長および軸断面が伸・縮する場合は、体積分変動分の管壁での管内への吸込み・管外への吹出しがあり、管内には流れが存在する。

もう一つの管壁吹出し条件臨界値が、管長および管軸断面が同時に伸・縮する場合にある。管路変動体積分の1.5倍を、膨張管路の場合は管壁から吸込み、管軸方向に変動体積分の0.5倍を吐出す。収縮管路ではこの逆流れとなる。この場合管内流れは縮退して管壁の運動条件とは無関係となる。

管内の流動については二つの大きな特徴がある。

一つは管路内の流れが、管壁近傍の境界層領域と、管内のコア領域に分かれる傾向をもつ場合で、運動が急速なほど顕著にあらわれる。管長のみが伸・縮する場合は際限なく管長が伸びあるいは縮む運動をするときである。管軸断面あるいはそれとともに管長も収縮する場合も、定性的には同じ流動状態となる。

他の一つは管路内の流体が、管壁の運動に追従するごとく流動するために、その流体分を管軸近傍のせまい領域で補う流れが発達する場合である。管長のみ伸・縮する場合は、有限管長から他の有限管長への伸・縮のとき生じ、特に管路内の大半が管壁とともに流動し、管軸上の極めて細い領域でその流体の補流が発生する極限状態が管壁運動条件に対して周期的に固有値として存在する。管路軸断面が膨張する場合も管内に補流が発達するが、上のような固有値は、取扱った運動では存在しない。管長および軸断面が伸びる場合も補流が管軸まわりに発達する。

これらの管内流体の流れの特性は、管壁での管内外への透過流によって影響をうける。管壁吹出し条件の臨界値によって、流れの状態、速度分布が管壁運動条件と無関係な縮退する状態があることは管壁吹出し条件に関するところで述べた。管路の伸びに対して管壁外への吹出し流、あるいはその逆の連成運動では逆流が管路内に生じやすい。

第9章 非線形項の効果と線形近似でえられた解の成立条件

さきに、運動量保存式を、非線形項が他の項に比べて省略できる場合として線形化し、時間・空間に関する層流相似解を、三つの管路運動様式それぞれに対してみだし、流動

特性を明らかにした。

ここでは、非線形項を含めた運動量保存式にもどり、非線形項の効果を検討し、線形近似でえられた解の成立条件を示す。

以下に使用する記号は、対応する運動様式の解析で用いたものである。

9.1 管長が伸びあるいは縮む場合

非線形項である対流項を省略しない運動量保存式は次式で表せる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial R} &= \frac{K_{p0}}{2} Rg - \frac{1}{2} \frac{du_0^2}{dR} g^2 \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -zG^2 \left\{ K_{p0}g + \left(w_0^2 + u_0 \frac{dw_0}{dR} \right) g^2 \right\}\end{aligned}\quad (1)$$

右辺の g^2 の項が対流項に相当する。

えられた速度解を半径方向圧力勾配の式に代入し、 $R=0$ から 1 まで積分すると、多孔質弾性管壁法線方向への流体流れの程度を表す管内壁・管軸間圧力差がえられる。

$$p(1, z, t) - p(0, z, t) = \frac{K_{p0}}{4} g(1 - C) \quad (2)$$

ここで、

$$\begin{aligned}C &= \frac{2S^2}{K_{p0}} g = \frac{\text{非線形項}}{\text{線形項}} \\ K_{p0} &= \begin{cases} (1+2S) k A_0 X_0(\tau) - k & (k \neq 0 \text{ の場合}) \\ (1+2S) 8 & (k = 0 \text{ の場合}) \end{cases} \\ g &= -m \exp kt\end{aligned}\quad (3)$$

したがって、非線形項の管内流動状態におよぼす効果は C の値が 1 に比べて小さい場合は無視できる。 C は S 、 k および m ならびに g の時間変動に関係する。

$$\begin{aligned}|k| \leq 1 \text{ の場合, } K_{p0} &\sim 8(1+2S), & C &\sim \frac{S^2}{4(1+2S)} m \\ |k| \geq 1 \text{ の場合, } K_{p0} &\sim 2kS, & C &\sim -S \frac{m}{k} \exp kt\end{aligned}\quad (4)$$

ただし、負の k の場合には K_{p0} が k に対して周期的に変化するために、 k の値に留意する必要がある。

$$\begin{aligned}k = k_e \text{ (固有値) の場合, } K_{p0} &\sim \infty, & C &\sim 0 \\ k = k_e = -5.78 \text{ 等の場合, } K_{p0} &\sim -k, & C &\sim 2S^2 \frac{m}{k_e} \exp kt\end{aligned}\quad (5)$$

非線形項は、したがって、管壁での透過流が小さい場合、有限管長への伸・縮運動で比較的時間が経過した場合および際限ない伸・縮運動で m の絶対値が小さく、管壁運動のはじめの時期では省略可能である。有限管長への伸・縮運動条件が固有値の場合には非線形項は問題にならない。また管壁吹出し条件が臨界値 S_e の縮退した流動に対しては非線形項による慣性力効果は無視できない。

9.2 断面が膨張あるいは収縮する場合

運動量保存式は非線形項をのこすと次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+S} \frac{1}{f} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{K}{2} r + (1+S) \frac{k}{4} \frac{du_0^2}{dr} \\ - \frac{1}{1+S} \frac{F^2}{f} \frac{1}{Z} \frac{\partial p}{\partial Z} &= K - (1+S) \frac{k}{2} \left(u_0 \frac{dw_0}{dr} + w_0^2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

多孔質管壁法線方向の流体流れの程度を表す管内壁・管軸間圧力差は次式となる。

$$p(1, Z, t) - p(0, Z, t) = \frac{kK}{T} \frac{1+S}{8} (1+C) \quad (7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} C &= \frac{2k}{K} (S_e - S) = \frac{\text{非線形項}}{\text{線形項}} \\ \frac{k}{K} &= \frac{2}{k} \left(\exp \frac{k}{4} - \frac{k}{4} - 1 \right) \\ T &= 1 + kt \end{aligned} \quad (8)$$

非線形項（対流項）の効果はCの値が1に比べて小さい場合に省略できる程度となる。

kの正・負、大小によってこのCの値の大きさの程度を示すと次のようになる。

(i) $|k| \ll 1$ の場合

$$(S_e - S) \frac{k}{8}$$

(ii) 膨張過程 ($k > 0$) で $|k| \gg 1$ の場合

$$(S_e - S) \frac{4}{k} \exp \frac{k}{4} \quad (9)$$

(iii) 収縮過程 ($k < 0$) で $|k| \gg 1$ の場合

$$S_e - S$$

管壁吹出し条件Sが臨界値 S_e に近い値の場合、すなわち、静止状態に近い流体の流れが誘起する管路管壁での透過流があるならば、断面の膨張あるいは収縮運動の程度に無関係で非線形項を省略できる程度とみなせる。特に急速な収縮過程では、管壁の運動条件kに関係なく、管壁吹出し条件Sがその臨界値 S_e に近い値かどうかで非線形項の効果がみとうせるのは興味深い点である。

また、管路軸断面の膨張あるいは収縮運動がゆっくりしているkの絶対値が1に比べて小さい場合にも非線形項は省略可能である。

いずれの場合にしても、流体の流動そのものはおそい流れのとき、非線形項が省略できるということである。

9.3 管長および断面が同時に伸びあるいは縮む場合

運動量保存式は、非線形項を残すと次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} \frac{\partial p}{\partial r} &= \frac{Kr}{2} + \frac{k}{4} \frac{du_0^2}{dr} \\ - \frac{1}{fz} \frac{\partial p}{\partial z} &= K - \frac{k}{2} \left(u_0 \frac{dw_0}{dr} + w_0^2 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

非線形項は右辺第2項である。

管内壁・管軸間圧力差を求めると次式となる。

$$p(1, z, t) - p(0, z, t) = \frac{K}{4} f(1 + C) \quad (11)$$

ここで、

$$C = \frac{k(S - S_a)^2}{k + (S - S_c)K_0} \quad (12)$$

$$f = -\frac{k}{1 + kt}$$

$$\frac{k}{K_0} = \frac{2}{k} \left(\exp \frac{k}{4} - \frac{k}{4} - 1 \right)$$

k の大小、正負でわけると、 C の値は次の程度となる。

(i) $|k| \ll 1$ の場合

$$\frac{k(S - S_a)^2}{k + 16(S - S_c)}$$

(ii) 膨張過程 ($k > 0$) で $|k| \gg 1$ の場合

$$(S - S_a)^2$$

(iii) 収縮過程 ($k < 0$) で $|k| \gg 1$ の場合

$$-\frac{1}{2}(S - S_a)$$

ゆっくりした管路膨張あるいは収縮運動 ($|k| \ll 1$) の場合は非線形項は省略可能である。

管壁吹出し条件 S が臨界値 S_a に近い場合は管壁運動の遅速に関係なく非線形項は省略できる。これは管軸断面の平均流量がなく、管壁での透過流が存在する条件で、管路膨張運動による体積増加分を管壁から吸込み、あるいは管路収縮運動による体積変動分を管壁から管路外へ吹出す条件の場合である。

管路膨張あるいは収縮変動が急速な場合には、非線形項の効果は管壁を透過する流れが S_a の管壁吹出し条件臨界値と異なる程度が大きい管壁吹出し条件の場合に、大きく、しかもその値 $|S - S_a|$ について、膨張運動では二乗の、収縮運動では一乗の程度となることは非常に興味深いことである。

三種類の管壁運動様式いずれの場合においても、非線形項はゆっくりした管内流体流れの場合に省略できる。

第10章 結 論

一端を閉じて固定し、他端を開放とした多孔質弾性管路が、開放端および管壁外側からの駆動力、あるいは流体への圧力供給によって、管長あるいは管軸断面が伸びあるいは縮む運動をするときに誘起する管内流体の非定常流動を、管路が直管で軸断面形状が軸方向に一樣に保たれるとして理論的に研究した。

この種類の多孔質弾性管は流体に対してフィルタおよびポンプの作用をするが、未解明の課題であるために、その特性を簡単に知る方法として、管内壁の変位をあらかじめ与

え、管長のみの伸・縮、管軸断面のみの伸・縮ならびに管長および管軸断面が同時に伸・縮、の三つの運動様式を設定し、それぞれに対して流体に関する運動方程式を線形化して解析した。

ラグランジ座標を導入する解析方法を提唱し、平行平板間路ならびに直円管路の場合に適用し、時間空間に関する層流相似解をそれぞれの運動様式に対してみだし、速度、流線、圧力、管摩擦抗力、動力および仕事の解析解をえ、また、管壁吹出し条件と管壁の運動条件とを組合せて流動状態を分類した。それぞれの運動様式に対して興味ある管壁吹出し条件臨界値が指摘された。

えられた三種類の運動様式をする二種類の管路内の流動特性は、線形近似による解のため定性的なものであるが、多孔質弾性管路と流体との連成運動系の特性として興味深い結果をあたえている。

縦横比が大きい直長方形管として管路の形状が保たれると設定した平行平板間路の結果は、外部から強制的に形状が保持されている弾性的なフィルタの内部流れの特性を明らかにしたといえる。

管壁での透過流のない場合の直円管路の、管長および管軸断面が伸びる過程での軸方向動力および仕事は、同じ運動のはやさで収縮する過程での動力および仕事より小さいことは、心臓の拍動が単純な正弦波律動でないことに対する一つの基礎的な資料となる。

多孔質弾性直円管路の場合の成果は、微小循環系の毛細管のろ過・再吸収作用に関する資料となる。

流動の時間・空間に関する層流相似解は、そのあたえられた設定条件が成立つ場合にはその現象を説明することになるが、実際に生じる個々の現象をすべて網羅するものではなく、個々の現象に対しては別にそれぞれに適合する条件のもとで理論的解法なり、数値解法を試み、また実験的研究がなされるべきである。

多孔質弾性材料の運動に関する構成方程式の確立も含めて、今後の課題として残されている多孔質弾性管と流体との連成運動系の問題は非常に多い。

本研究の数値計算は、一部を東京大学大型計算機センター HITAC 8700/8800 を使用し、一部を山形大学計算センター OKITAC 50 を用いて行なった。

謝 辞

終りにのぞみ、本研究に対してご懇切なるご指導ご鞭撻を賜わった東北大学伊藤英寛教授、本田陸教授ならびに大場利三郎教授に深甚の謝意を表します。

多孔質弾性円管に関する研究^(64,66,67)に対して、貴重なご教示ならびにご討論をいただいた、愛媛大学鮎川恭三教授、名古屋大学内田茂男教授、大阪大学近江宗一教授ならびに慶応義塾大学棚橋隆彦教授に心から感謝の意を表します。

本論文をまとめるにあたり、多くの図面作成に戸田和枝氏の助力を、また図面トレースなどは山形大学平野芳太郎教授のご好意により文部技官中村治郎氏の助力をえた。ここに各位に対して深甚の謝意を表します。

文 献

- (1) Fung, Y.C., Theoretical and Applied Mechanics (W. T. Koiter, ed.), (1976), 7, North-Holland.
- (2) Brighton, J. A., Trans. ASME, Ser. K, **99**-1 (1977), 1.
- (3) 瀬口靖幸, 機誌, **82**-7221 (昭54-1), 92.
- (4) Lighthill, M. J., J. Fluid Mech., **52**-3 (1972), 475.
- (5) Rushmer, R. F., Structure and Function of the Cardiovascular System (1972), W. B. Saunders Co.
- (6) 林紘三郎, 機械の研究, **27**-7 (1975), 855., **27**-8 (1975), 1001.
- (7) 沖野遙ほか編, 心臓血管系の力学と基礎計測 (1980), 講談社
- (8) 松崎雄嗣, 日本機械学会第881回講演会講演論文集 (昭52-4), 11.
- (9) 松崎雄嗣, 機誌, **82**-726 (昭54-5), 528.
- (10) Burton, A. C., Physical principles of circulatory phenomena; the physical equilibria of the heart and blood vessels, In Handbook of physiology, Section II Circulation, Vol. I., (1962), William Hamilton, Ed. Bethesda, Amer. Physiol. Soc.
- (11) Van Citters, R. L., Circulat. Res., **18** (1966), 199.
- (12) Womersley, J. R., Phil. Mag., Ser. 7, **46**-373 (1955), 199.
- (13) Chow, J. C. and Apter, J. T., J. Acous. Soc. Amer., **44**-2 (1968), 437.
- (14) Cox, R. H., Biophys. J., **8** (1968), 691.
- (15) Bulanowski, E. A. Jr. and Yeh, H., Trans. ASME, Ser. E, **38**-2 (1971-6), 351.
- (16) DeArmond, R. P. and Rouleau, W. T., Trans. ASME, Ser. D, **94**-4 (1972-12), 811.
- (17) 中野和夫, アハメッド アボ・イスマイル, 油圧と空気圧, **7**-3 (昭51-5), 155.
- (18) Benjamin, B. T., J. Fluid Mech., **9**-4 (1960-12), 513.
- (19) Landahl, M. T., J. Fluid Mech., **13**-4 (1962-8), 609.
- (20) Burns, J. C., J. Fluid Mech., **29**-4 (1967-9), 731.
- (21) Fung, Y. C. and Yih, C. S., Trans. ASME, Ser. E, **35**-4 (1968-12), 669.
- (22) Shapiro, A. H., Jaffrin, M. Y. and Weinberg, S. L., J. Fluid Mech., **37**-4 (1969-7), 799.
- (23) Chow, T. S. Trans., ASME, Ser. E, **37**-4 (1970-12), 901.
- (24) Brown, T. D. and Hung, T-K., J. Fluid Mech., **83**-2 (1977-11), 249.
- (25) Shukla, J. B., Parihar, R. S., Rao, B. R. P. and Gupta, S. P., J. Fluid Mech., **97**-2 (1980-3), 225.
- (26) Schneek, D. J. and Ostrach, S., Trans. ASME, Ser. I, **97**-3 (1975-9), 353.
- (27) Schneek, D. J. and Walburn, F. J., Trans. ASME, Ser. I, **98**-4 (1976-11), 707.
- (28) Schneek, D. J., Trans. ASME, Ser. I, **99**-2 (1977-6), 333.

- (29) Shapiro, A. H., Trans. ASME, Ser. K, **99**-3 (1977-8), 126.
- (30) Matsuzaki, Y. and Fung, Y. C., Trans. ASME, Ser. E, **44**-4 (1977-12), 548, and **46**-1 (1979-3), 31.
- (31) Uchida, S. and Aoki, H., J. Fluid Mech., **82**-2 (1977-9), 371.
- (32) Secomb, T. W., J. Fluid Mech., **88**-2 (1978-9), 273.
- (33) Bellhouse, B. J. and Talbot, L., J. Fluid Mech., **35**-4 (1969-3), 721.
- (34) Duck, P. W., J. Fluid Mech., **95**-4 (1979-12), 635.
- (35) Weinbaum, S. and Parker, K. H., J. Fluid Mech., **69**-4 (1975-6), 729.
- (36) 横山重吉, 高橋昇, ターボ機械, **8**-10 (1980-10), 588.
- (37) Suter, S. P., Trans. ASME, Ser. K, **100**-3 (1978-8), 139.
- (38) 問田直幹ほか編, 生理学大系全10巻 (1975), 医学書院
- (39) Starling, E. H., J. physiol., **19** (1896), 312.
- (40) Starling, E. H., The Fluid of the Body, (1909), 186, W. T. Keener & Co.
- (41) Mauro, A., Science, **126** (1957-8), 252.
- (42) Meschia, G. and Setnikar, I., J. Gen. Physiol., **42**-2 (1958), 429.
- (43) Landis, E. M., Amer. J. Physiol., **82** (1927), 217.
- (44) Landis, E. M., Amer. J. Physiol., **103** (1933), 432.
- (45) Landis, E. M., Physiol. Rev., **14** (1934), 404.
- (46) Hyman, C., Amer. J. Physiol., **142** (1944), 671.
- (47) Hyman, C., Rapaport, S. I., Saul, A. M. and Morton, M. E., Amer. J. Physiol., **168** (1952), 674.
- (48) Zweifach, B. W. and Intaglietta, M., Microvascular Res. J., **1** (1968), 83.
- (49) Lew, H. L. and Fung, Y. C., Z. Angew. Math. u. Phys., **20**-5 (1969), 750.
- (50) Scheidegger, A. E., Hydrodynamics in Porous Media, in Handbuch der Physik, Band VIII /2, Strömungsmechanik II, Flügge, S., Ed., (1963), 625, Springer-Verlag.
- (51) 大木守松, 山形大学紀要 (工学), **15**-2 (昭54-2), 81.
- (52) 大木守松, 山形大学紀要 (工学), **15**-2 (昭54-2), 99.
- (53) Ohki, M., Theoretical and Applied Mechanics, **28** (1980), 449.
- (54) 大木守松, 機論, B編, **45**-397 (昭54-9), 1288.
Ohki, M., Bull. JSME, **23**-179 (1980-5), 679.
- (55) 大木守松, 山形大学紀要 (工学), **16**-2 (昭56-1), 311.
- (56) 大木守松, 機論, B編, **47**-420 (昭56-8), 1520.
Ohki, M., Bull. JSME, **25**-202 (1982-4), (to be published).
- (57) 大木守松, 機論, B編, **47**-420 (昭56-8), 1531.
Ohki, M., Bull. JSME, **25**-202 (1982-4), (to be published).

Theoretical Study for Unsteady Flow in an Occluded, Porous, Elastic Vessel

(On the Approved Conditions for Linear Approximated
Solutions)

Morimatsu OHKI

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering

Recent works in unsteady flow problems induced by vasomotion and also by elastic vessels are surveyed, and the motive of the study for unsteady flow induced by an elastic vessel with permeable wall is declared.

The method to analyze the unsteady flow of a viscous, incompressible fluid induced by either contraction or expansion of an occluded elastic vessel with permeable wall, is proposed. Two vessels are studied: one is a rectangular tube whose aspect ratio is so large that it is to be a plane-parallel channel, the other is a circular tube.

Following three typical models are investigated.

- (a) The length of a tube contracts or expands with time but its cross-section remains constant
- (b) The length of a tube remains constant but its cross-section contracts or expands with time.
- (c) The length of a tube together with its cross-section contracts or expands with time.

Characteristics for the unsteady flow induced by a porous elastic motion of a vessel are discussed.

The approved conditions for linear approximated solutions are examined. In conclusion, linear approximation will be valid if the elastic motion is slow enough, or if the condition of injection is nearly equal to its critical value.

It is noticed that for a rapid contracting process, only the value of the injection condition is important regardless of the value of the condition of the elastic motion.