深い学びにつながる授業づくり
― 図形の面積・体積を題材に ―

教科教育高度化分野（17220911）安　達　嘉　代　子

本研究では，中学校数学における深い学びにつなげるために，これまでの学習と結び付けて，１つの題材に対する多様な見方ができるようになることを目的としている。目的を達成するための方法として，年間を通して，単元の内容を超える共通の題材を様々な単元の課題として扱った。実践の結果，身近な図形の面積や体積の問題解決を通して，図形の性質や計量の仕方の多様な見方ができるようになることが明らかとなった。

［キーワード］　面積，体積，長方形，単元，中学校数学

１　問題の所在と研究目的・方法

(1)問題の所在

現状の数学の授業の取り組みでは，教科の単元や領域の中で学習した知識や技能を単元の中で利用・活用する問題が多くある。しかし，この場合，生徒は前時で学習した知識を使って解く課題であることが分かっているため，その獲得した知識が利用できる場面であるかの判断や，幅広く様々な知識を組み合わせて考えていくことが充分にできない現状がある。例えば，長方形で縦や横の長さが与えられているものは計算できるが，複雑な図形から長さを読み取っての計算ができないことなどがある。そのため，単元を超えた総合的な問題や身近な生活に即した問題では，どの知識や技能が使えるのか分からなくなる傾向があると考える。

文部科学省(2017)では，「図１のように〔数学的活動〕は，４つの領域の内容やそれらを相互に関連付けた内容の学習を通して実現されるものである。」としている。単元や領域を横断するような課題に取り組むことが必要とされている。

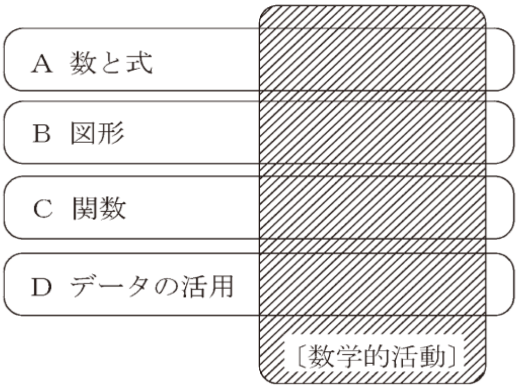


図１　４つの領域と数学的活動

また，現在の授業の中で数学がどのように生活の中で役に立っているのかを考える場面は少ない。そのため，数学の社会への有用性の認識を高める必要がある。生徒が身近な生活の中で数学がどのように使われ，活用されているのかを感じさせるために，日常生活と数学を関連させることが大事であると考える。生活と数学のつながりに気づくことを目的とするとともに，数学として深い学びにつなげていくことが必要である。今後の生活で活用できるように，既習の事項を場面に応じた形で活用できることが，今後の数学教育の課題として考えられる。

数学の学習では，図２におけるＤ１やＤ２への転換だけでなく，そこからの２回目や３回目のサイクルが大事である。図形の計量において，面積や体積を求めることだけではない見方もできるようにしていきたいと考える。

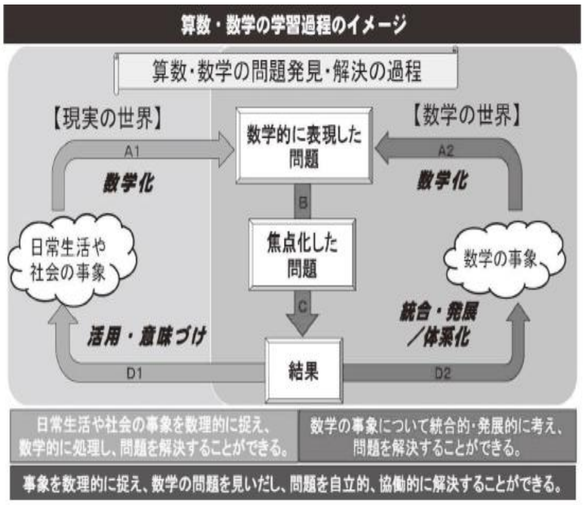


図２　算数・数学の学習過程のイメージ図

特に図形においては，計量の問題で公式を暗記し，当てはめて計算することを重要視されることも多く見られる。１つの図形における見方が増えることで，多様な考えを持つ視点になるのではないかと考える。

(2)研究の目的

前述した問題意識から，本研究では，図形の計量などを通して深い学びへのつながりとなる多様な見方考え方ができるようになることを目的とする。具体的には，生徒が身近な題材と数学が関連していることや単元同士や既習事項との関連に気づくことによって，１つの題材に多くの視点を持てるようにしていく。

(3)研究の方法

研究の方法として，具体的に以下の方法で研究を進める。

・先行研究や実践事例から，図形の面積や体積の性質において，深い学びにつながる題材や課題をまとめる。

・同じ題材や図形を各単元で別の課題とできる教材開発をする。

・生徒の生活と関連した必要感のある課題を設定する。

・授業での生徒の反応，生徒の振り返りを通して，深い学びにつながる考えに結び付いているかを分析，考察する。

２　先行研究と教材の検討

(1)深い学びについて

秋田(2017)は，「数学の授業で学んだ内容を活用するために最初に必要なことは，今，思考の対象となっている現実的対象の中に，自分が既に知っているモデル化された対象を見出すことです」と述べている。与えられた問題の解決に，結果を得るための方法だけでなく，既習の学習の何が利用できるのかを考えることが大事である。異なる単元や学習で，同じ場面や図形を用いることで，様々な見方や数学の構造に気づくことができるのではないかと考える。特に問題場面の設定では，具体的な場面を設定することで，架空のものであっても，自分事として問題をとらえることができるのではないかと考える。例えば，状況や立場を明確にすることである。どんな目的で調べているのかというゴールの姿を示すとともに，目的に合うさらに良い方法を考えていけるようにする。また，齋藤(2017)は，「数学における深い学びとは，学んでいる数学の内容や意味，学習要素の前後の関連、全体の構造・体系的な関係等を思考・把握し，数学の本質（構造や性質等）を見出し理解する学び，及び習得した知識を活用して，新たな問題や課題の解決に適する知や価値を創造する学びです。」と述べている。授業の中の課題解決にとどまらず，その次の授業の課題や学習へとつながっていくことや，将来の問題解決の場面への転換ができる見通しを持つことで，数学の本質に近づいていけるのではないかと考える。

文部科学省(2017)では，深い学びの鍵として「数学的な見方・考え方」を働かせることが重要であるとしている。数学に関わる事象や，日常生活や社会に関わる事象について，数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，新しい概念を形成したり，よりよい方法を見いだしたりするなど，新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し，思考や態度が変容することが深い学びとされる。１つの図形に多くの視点を与えることで，様々な見方ができると考える。そこから，生徒がよりよい方法を選択したり，数学の構造に気づくことができるのではないかと考える。

以上の先行研究をもとに，本研究では深い学びとは，次の２つと捉える。

① 図形の計量に対して多様な見方ができること
② 課題解決で得られた結果を，別の課題へとつなげていく見通しを持つこと

(2) 図形の面積について

図形の計量の学習において，小学校課程では，第４学年で長方形と正方形の面積を学ぶ。第５学年で三角形，平行四辺形，ひし形及び台形の面積の求め方を学ぶ。第６学年では，円の面積を学ぶ。中学校課程では，１年生で立体図形の表面積の求め方を学習し，おうぎ形の面積の求め方を学んでいる。中学校課程では，小学校課程で学習した図形の面積の求め方や公式をもとに，図形の計量を行う。図形の計量は公式暗記を中心に計算することを重要視している現状がある。

栗田(1981)は，面積は，敷き詰めた単位正方形いくつ分かで表し，数学的に表現すると，図形から数への対応，図形から数への関数であるとして

いる。中学校では，無理数の学習をする。その中で,辺の長さが無理数の場合の図形の計量がある。無理数は実数であるので，長さとしてみることができる。しかし，単位正方形を敷き詰めることはできない。長方形の面積を辺の長さに比例する関数として考えることで，（たて）×（よこ）の公式で計算することが可能である。

表１のように,中学校３年生の教科書の内容で,これまでも長方形を扱った題材は多くある。これらは独立して考える場面設定であるが，ともに同じ長方形であるという問題構成にすることで，他の単元とのつながりがみえやすくなると考える。

表１　第３学年数学の単元と面積とのつながり

a)多項式	乗法公式や因数分解を長方形の面積を用いて，視覚的に理解する。
b)平方根	長方形のコピー用紙 A４版の縦と横の比率が１：$\sqrt{2}$である。
c)二次方程式	同じ長さのロープを使用して，長方形の花壇の面積の値にあう縦の長さ
d)関数 いろいろな関数	１枚の長方形の紙を２等分にして重ねる作業を繰り返した時の切った回数と枚数との関係
e)相似な図形	ｂ）の紙の比率と A４と A５の関係性は相似であることを見つける。
f)三平方の定理	ｂ）の紙の対角線を計算で求める。

長方形を周の長さ，対角線の長さ，面積といういくつかの要素で比較することができる。それによって，図形の性質や図形の多角的な見方ができるのではないかと考える。また，無理数は長さや大きさを感覚として捉えることが難しい。よって,無理数を扱うことは，感覚だけでない式の意味や文字式の必要性を考えるきっかけにできるのではないかと考える。

また，周の長さが一定の多角形の面積は，一定ではない。しかし,公式での計算が多い現状では,周の長さが等しい長方形は面積が等しいと誤認識している場合が多い。また,「周の長さが一定の多角形のうち,面積が最大のものは正多角形である。」この事実もこれまで扱うことは少ない。この等周問題は,具体的な数で確認することはたやすいが,中学校段階で証明するのは難しい。大竹(2001)は中学校段階でも証明が可能であることを実証している。しかし，証明を目的として扱うよりも，より実生活に近い形で実感できるようにしたいと考える。文字式の計算によって，同じ周の長さの２つの図形を比較することを扱いたいと思う。

相似の学習では，面積や体積は直接求めるだけでなく，面積比や体積比として計算することができる。公式で面積を求めることだけでなく，比較するという新しい視点で考えることができる。正方形や円は，すべて相似であることも，面積を考える上で理解したい内容である。

(3)継続的な学習による変容

年間を通して，同じ題材を異なる課題の解決のために使用することを，様々な単元で行う。年間を通しての変容が見られることを期待する。特に数や式，計算の分野で図形を扱うようにしていきたい。図形は視覚的に捉えやすいという良さを生かしていきたいと考える。さらに，授業で子どもに振り返りを書かせることで，学習の成果を評価するとともに，学習の足跡を残し，これまでの学習と比較できるようにする。継続的な学習の変容を見ていけるようにする。本研究の振り返りについては，特に既習事項との関連とこれからの課題となるものを意識させる。それによって，課題意識を持たせていけるようにしたいと考える。

本研究では，次のような振り返りから分析・考察する。

・課題解決に使われたこれまでの知識は何か。
・今後どんなことが分かれば課題解決できるか。

(4)具体的な実践事例の検討

①多項式

原田(2019)は，「一番面積の大きい引っ越し先」という実践を行っている。等周の長方形の土地への引っ越しをする時に，一番大きな面積を求める問題である。ここでは,多項式を利用して，より計算を簡単にすることが目的になっている。さらに,多項式の形に式で表すことによって，等周の長方形では，正方形が最大であることを説明することができる。また，等周の平面図形では，円が最大であることに気づくこともできる。発展的な深まりが期待できるとともに，現実の事象にも活用できる題材である。

②平方根

教科書(東京書籍，2018)では，平方根の利用の

問題として，規格紙（コピー用紙Ａ４判やＡ５判の紙)の大きさを調べる問題がある。表２のように，長さを実寸で測ることで，身近なものに√という数が使われていることに気づく。さらに，数学的な作業を通して確かめることができる。

表２　規格紙の大きさ

規 格	サイズ(ミリ)	規 格	サイズ(ミリ)
Ａ０	841 × 1189	Ｂ０	1030 × 1456
Ａ１	594 × 841	Ｂ１	728 × 1030
Ａ２	420 × 594	Ｂ２	515 × 728
Ａ３	297 × 420	Ｂ３	364 × 515
Ａ４	210 × 297	Ｂ４	257 × 364
Ａ５	148 × 210	Ｂ５	182 × 257
Ａ６	105 × 148	Ｂ６	128 × 182
Ａ７	74 × 105	Ｂ７	91 × 128
Ａ８	52 × 74	Ｂ８	64 × 91
Ａ９	37 × 52	Ｂ９	45 × 64
Ａ10	26 × 37	Ｂ10	32 × 45

今後の相似や三平方の定理の学習へのつながりや発展が期待できる題材である。用紙の長方形の辺の比が無理数であることは，紙を折ることで確認し，面積の問題から説明することができる。生徒のより身近な題材として活用していきたい。

③二次方程式

教科書(東京書籍，2018)では，縦が横より４ｃｍ長い長方形の紙を用いて，ふたのない箱を作ったら，容積が９６㎤になる時の紙の縦の長さを求める問題がある。この学習では，容積による縦の長さの範囲を意識して，解の吟味が求められる問題である。もとになる紙の大きさや，容積を変えることで，様々な課題にすることができる。特に「縦が横より４㎝長い長方形の紙」は現実的ではない。そこで，前単元の Ａ４判の用紙で箱を作ることができるかどうかを考えてみた。この問題は３次方程式になってしまうので、二次方程式の解き方では解決できないことに気づかせたい。

④相似な図形

相似な図形では，実際の面積の計量だけでなく，相似比を用いた考え方ができる。実際の計量と比べることもできる。草桶ら（2014）は，コピー用紙を用いての実践を行っている。実際に紙の大きさを測ることで，現実の数を扱う良さがある。また，Ａ4判のコピー用紙は，生徒が目の前にあるプリントとして身近な題材である。長方形は相似であるとは限らない。しかし，Ａ4判とＡ5判のコピー用紙は相似である。その中でも特別な形として，相似比が１：√２である。これまで学習したこの知識を，面積比に結びつけることでも理解できるものと考える。

⑤三平方の定理

長方形の対角線を辺の長さから求めることができる。これらは，正三角形の面積が１辺から導けることや直方体の対角線など図形の計量の幅が広がる。また，これまでの学習を結び付けることもできると考える。

３　授業実践

(1)対象学級の概況

対象：山形県内町立Ｋ中学校第３学年３クラス

（男子 17 名，女子 14 名，計 31 名×3 クラス）

授業者：安達嘉代子

(2) 分析・考察方法

生徒のワークシートへの記入，振り返りの記入，授業者の授業分析等から分析，考察する。

(3)授業計画

年間を通して５時間計画

①　多項式	5 月 23 日 25 日 28 日
②　平方根	7 月 2 日 3 日
③　二次方程式	9 月 6 日 7 日 10 日
④　相似な図形	11 月 20 日 21 日
⑤　三平方の定理	1 月前半

(4)授業実践の概要と生徒の様子

①多項式

授業の提示課題

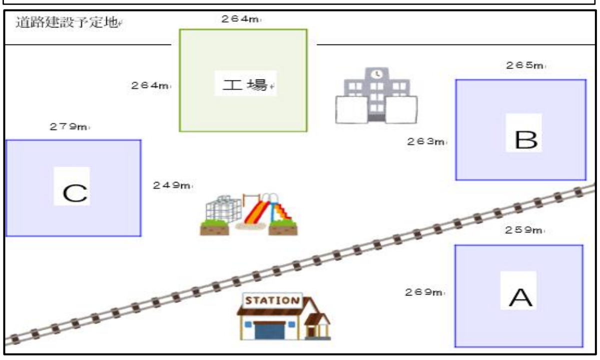
ある工場の社長として，道路建設工事のため，工場の立ち退きをすることになりました。候補地は A～C のどの土地に移転すればいいでしょうか。(移転した場合面積が変わる可能性があります。)工場と引っ越し先の候補地との面積の違いを求め，一番面積の大きい場所を見つけよう。

工場（２６４ｍの正方形）

Ａ（２６９ｍ×２５９ｍ長方形）

Ｂ（２６３ｍ×２６５ｍ長方形）

Ｃ（２７９ｍ×２４９ｍ長方形）



はじめに，面積が変わるかどうかを調べた。計算による差を求めた。面積の差を考える時に，乗法公式を使うことによって，正方形の場合に一番面積が大きくなることを説明することができた。

次に，四角形ではない場合は一番大きな面積はどんな形かを考えるようにした。

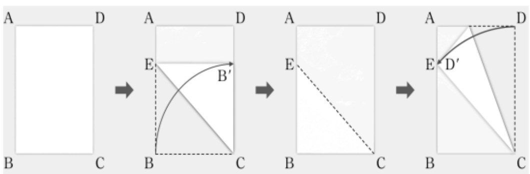
> 同じ周の図形ではどんな形が一番大きいのだろうか。
> D　六角形　　　E　円　　　F　三角形

ここでは，輪になるように結んだひもを使用することで,感覚的につかめるようにした。そこで，円ではないかという予想がたった。そこで，円と正方形で同じ周の長さの時の面積を比較することで，円の方が大きくなることを確認した。

②平方根

授業の提示課題

> A4 判のコピー用紙の，短い辺と長い辺の長さの比はどうなっているか，調べてみましょう。



紙の辺の長さを定規で測ることで，整数値ではないことに気づき，どうしてこういった長さになるのか疑問を持った。紙を折ることで，短い辺の長さを１辺とする正方形の対角線の長さが，長い辺の長さと一致することがわかる。

正方形の対角線の長さを求めるために，図３を提示した。

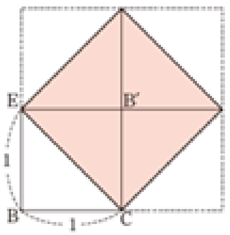


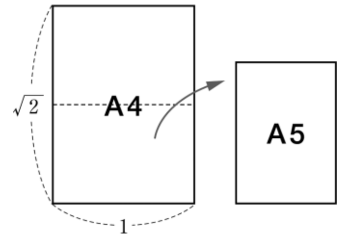
図３　√２の長さ

図３の正方形の面積を求めることで，面積２の正方形の１辺として，１：√２の比率を理解することができる。

さらに，A５判とA４判が拡大，縮小の関係であることを，計算によって求めた。

授業の提示課題

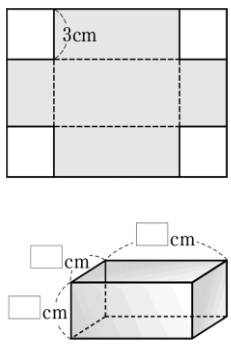
> A5 判の紙と A4 判の紙で，短い辺と長い辺の長さの比が等しいことを説明しなさい。



③二次方程式

授業の提示課題

> 横が縦より 4cm 長い長方形の紙があります。この紙の 4 すみから 1 辺が 3cm の正方形を切り取り，直方体の容器を作ったら，容積が96cm³ になりました。紙の縦の長さを求めなさい。



長方形の紙の縦の長さを x cmとして，二次方程式をつくり，計算する。解の中に無理数が含まれることから，解が問題に合うかどうかの解の吟味をする。そこから，この長方形の紙が A４の紙だった場合について考えてみた。

> A4 判の長方形の紙があります。この紙の４すみから正方形を切り取り，直方体の容器を作ったら，容積が100cm³ になるでしょうか。

二次方程式のように解の公式にあてはめて解こうとすることが，解けなかった。紙を折って，作ろうと試みたりもした。

そこで，容積が最大になるのは，どんな場合になるかという課題にしたところ，３次方程式をつくり，解となりそうな値を代入して求めることができた。

④相似な図形

授業の提示課題

> 1　長方形は相似な図形と言えるか。
>
> 2　A４判とA５判のコピー用紙は相似な図形と言えるか。

四角形の相似では，相似条件がないので，相似の位置や辺の比，角度が同じであることを確認した。長方形が相似でないことは，反例をあげることで説明できた。コピー用紙については，辺の長さを測る方法や辺の比を使った方法などで求めた。

A４判と A５判のコピー用紙の相似比はなぜ１：$\sqrt{2}$になるのでしょうか。

これまでの学習の中で疑問としてあったものであった。面積比が１：２であることから，辺の比は１：$\sqrt{2}$ではないかと考えられた。

４　全体的分析・考察

(1)深い学びについて

①図形の計量に対する多様な見方

３（4）①で，長方形の面積を求めることだけでなく，式の表す意味に触れることで，文字式の便利さを感じることができた。そこから，さらに別の図形へ発展させることにより，他の図形の面積の公式を確認する様子が見られた。図形の面積の値を求めることではなく，「比べる」という視点が文字式の便利さや公式の意味に触れることができたと考える。振り返りでは，「円周の長さが同じでも面積の広さは違う。あと，広さは角の多さで変わると思った。」とあり，証明へとつながる考え方ができた。

３（4）②の図２の面積を求める時，ひし形の面積を求める考え方や，周りの正方形から直角三角形を４つ切り取る考え方や４つの直角三角形に分ける考え方がある。ここで，図形の周りを囲む図形から，切り取る考えよりも，図形を分けて面積を求める生徒が多い。平方根を求める場面でも同じような正方形を用いて面積を求めている。同じ問題でも，正方形だけ取り出し，その面積と辺の長さを求める場面と，用紙の対角線の長さを求めるために正方形を使うのとでは，違う問題のように生徒は感じていることが分かった。さらに，長さから面積を考えることはできても，面積から長さへの転換は容易ではなかった。そのため，求めた比率が長さを表したものと考えている場合もあった。

３（4）③の紙から箱を作る問題では，長方形の紙の「縦」と箱の直方体の「縦」がある。面積や体積の公式では区別がない。「紙の縦」や「箱の縦」という表現で区別するが，同じ言葉であるために，公式にあてはめて計算するという考えだけでは，混同してしまう。そのため，縦という１つの言葉の表現から意味を考えることが大切であると感じた。

また，長方形の面積の公式は「縦×横」であり，平行四辺形の面積の公式は「底辺×高さ」である。計算上，縦と横も底辺と高さも交換は可能である。図形を見ると，縦や横は交換できても底辺と高さは交換できるようには見えない。日常の事象を，長方形や平行四辺形に見立てて考えた場合，どの部分を底辺と見るかが難しくなる。さらに，「高さ」という表現では，図形の外側を示す場合もある。面積や体積の学習が公式の暗記による計算と考えると，縦や横を明確にする必要がある。さらに授業の中でも，取り上げて議論するわけではなく，与えられた長さとして扱ってしまう。「容積」や「体積」も問題の中で区別なく使用することがある。容積は，立体の中身の容量であり，体積は立体の容量そのものである。数学の問題では，入れ物の体積は考えない物とするため，容積と体積は同じものとして考えることが当たり前となっている。生徒にとっては，日常の容積と数学の体積は違うもののように感じる場合がある。しかし，容積と体積は同じものであるとしてしまう。日常の事象では，容積と体積は区別され，同じではない。用語の１つ１つを取り上げ考えることが，日常の場面へとつながる見方ができるのではないかと考える。日常の事象を数学としてみるための条件や用語についても，課題とする価値があるものと考える。

図形を調べる活動を続けることで，辺の長さ・角度・面積・対角線・体積などの視点から多くの課題を見い出すことができた。図形の定義や用語の意味や公式の意味を再認識することで，他の図形への理解を深める可能性があると考える。

②別の課題へとつなげていく見通し

３（4）③の二次方程式の問題では，生徒は結果を得ることを目的と感じていることから，すぐに結果が得られる公式にあてはめて考える。さらに，目的が明確であれば，結果を得ることに満足を得る。問題を解き，解答が得られた後に，さらに違う場合はあるのか，別の形はどうかといった思考は，自然に発生するわけではなかった。しかし，問題の中で，結果を使用した問題を準備する

ことで，次への発想を持てることがわかった。ここでは，教師側から提示した問題が多く，生徒の主体的な学びへのつながりは薄かった。教師側がさらに別の課題へと考えることによって，生徒たちも問題が次への問題につながっていくものと捉える流れには少なからずあった。

振り返りでは,「ほかにもこれまでの学習で使われているものがないか知りたい。」「なんで（A４の紙の縦と横の比率が） １：√２にしてしまったかを知りたい。」「他にも身の周りでこのような使われ方をしているものはないか。」という次の課題へつながる生徒の記述があった。

そこで，３（4）④の授業では，３（4）②の時に疑問として出された「コピー用紙はなぜ１：√２という比率になったのか」を問うてみた。この比率は「２つ折りにした時にも同じ比率になるから」や「面積が半分になることは辺の比率が１：√２である」と考えることができた。紙を半分にすることで，面積とのつながりがあることに気がついた。面積比は相似比の２乗となるので，１：√２という関係性になったという記述があった。さらに，A５～A０の用紙について，次の図４のように考えた生徒もいた。

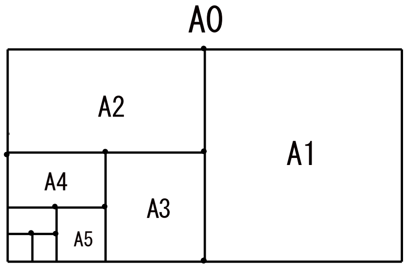


図４　生徒が考えたA５～A０の用紙

これまでの学習の中で辺の比率１：√２を使わず，小数で考えてきた生徒にとっては，1：√２の比率になるのかを問われても，自分事の問題ではなかった。そのため，学習の個人の差が大きくなってしまった。

図形において，生徒は「大きさ」という表現をする。大きさには「面積」「体積」両方が含まれる。生徒との会話の中では区別なく使用することがある。そのため，求めているものが長さなのか面積なのか，体積なのかを実感するのが難しくなる。量感を持たせることで，図形の学習が日常に即したものになる。日常の事象との共通点や違いを感じることで，さらに他の形や事象へと考えを深めていけるのではないかと感じた。

コピー用紙の相似比については，相似な図形の面積比や三平方の定理の学習によって，見方が広がると考える。無理数は，正方形の面積から導いているので，その構造は相似比と面積比の関係がわかった時に生徒の理解が深まると考える。

以上より，図形の面積や体積を公式にあてはめて計算するだけでなく，比較したり変化する関数として捉えることで，新たな課題や日常の事象につなげて考えることができることがわかった。

⑵継続的な振り返りによる変化

生徒自身が，自分事として捉えるための場面設定として，３（4）①で，会社の社長という立場を明確にすることは有効であった。個人の役割や利益だけでなく，多くの利益を考えることや，社員が納得するためには，数的な結果は有効であることを感じさせることができた。振り返りの中でも，「将来こういう場面のときは，使っていきたい」というものもあり，生活の中で活用していこうとする姿勢も見られた。しかし，会社や団体という設定では，面積などの１つの見方だけでなく経済的なものや交通的なものも関連してしまうことから，数学のことから話がそれてしまう傾向もあった。「駅に近い方が便利」や「元の場所から遠くない方がいい」など実社会では，様々な要素が関係してくることも大切にしたい。しかし，追求すべき目的を理解した上での場面設定も大切である。

３（4）①の振り返りの方法として，この授業で学んだことを中心に行った。しかし，学習の仕方や授業の感想になってしまうことが多かった。これまでの学習のつながりや今後の課題への結びつきがわかる振り返りが必要だと考え，その後，見直した。３（4）②からの振り返りでは，今後への課題へのつながりを考えることができたが，既習事項との関連が見えてない生徒は多かった。そこで，何の学習が利用できるかを考える振り返りを意識させた。

３（4）③の授業では，二次方程式の解の公式を使えば解けるようなつもりになっていたものに，二次方程式ではない問題であったことに気づかずに計算している様子が見られた。これは，二次方程式かどうかの判断もせずに問題を解いていたことがわかった。また，長方形が相似かどうかを考える場面では，辺の長さだけでなく，角度についても同じであることが大事だという考えから，相似になるための条件について考えるきっかけにな

る。これは，三角形や四角形だけでない図形の場合も言えることを確認できた。

これまでは，解き方や公式は何かと考え，課題解決のためには，公式や解き方を覚えることが大事だと考える生徒が多かった。振り返りでは,「解き方や公式を覚えていないから分からない」という記述があった。しかし，公式や解き方では解決できないとわかると，これまでの学習のやり方や方法を模索する様子が見られた。３（4）③の最大の体積を求める場面では，文字式だけにこだわらず，１つずつ代入して式に当てはめる方法を考えていた。これは三次方程式になる未習の問題でも，解決の糸口が見つけることができたと考える。

３（4）④の学習の中では,図形が相似であることの証明として，相似の位置にあることや辺の長さの比を比べることで調べてきた。また,生徒は三角形の合同条件や相似条件を用いて証明することに慣れている。そのため,「四角形にも相似条件があるのではないか」や「三角形の相似条件が使えるもの」として考える場面が見られた。他に,「A５とA４は比例の関係があるのではないか。」という振り返りがあり，図形の関係性と関数を結び付ける考えが見られた。

これまでの学習で振り返りを継続して行ってきたことにより，問題を考える時にこれまでの学習と照らし合わせて考える生徒が出てきた。単元で学習した内容が必ずしも使えるものではなく，答えがあるのかないのかもわからない問題へ取り組むことで，試行錯誤して何とか解決に結び付けようとする姿があった。生徒の振り返りで,「問題解決には，問題を一方的に考えるのではなく，多面的に考えるようになる力がいる。」とあり，１つの考え方や解き方だけではない解決方法を考えられるようになった。

三平方の定理の分野の学習に入ると，平方根で面積から求めていた辺の長さが，二次方程式の計算で求めることができる。さらに，三平方の定理の証明は正方形の面積から証明することができる。これまでの学習をまとめるとともに，総合的に見ることもできると考えられる。

５　本研究のまとめ

(1)本研究の成果

本研究の目的である深い学びの授業づくりのために，１つの題材を継続的に扱う事で，図形を見る様々な視点があることに気づかせることができた。また，次の課題へのつながりを持たせることができた。身近な物の中にも数学が使われていることに気づき，もっと知りたいという興味を持たせることもできた。

(2)今後の課題

年間の計画の最後まで実施することができなかったので，今後実施していきたい。また，学習課題については,教師側が提示する場面が多かった。１年間を通して，目的を持って取り組めるような準備が必要である。生徒自身が自ら課題意識を持って取り組むことが，さらに深い学びへとつながるものと考える。生徒が主体的に考えるように計画的で，必要感を感じさせる教材開発や課題設定が必要である。

引用文献

秋田美代（2017）「数学を活用するとは」，齋藤昇ほか（編著）『深い学びを支える数学教科書の数学的な背景』，東洋館出版社，pp. 6-8.

藤井斉亮　他（2017）『新編　新しい数学３』，東京書籍.

原田壮一（2019）『教育科学　数学教育５月号』，明治図書出版株式会社，pp. 106-109.

栗田稔(1981)『教職数学シリーズ基礎編２幾何』，共立出版.

草桶勇人, 山本一海, 井ノ口順一, 伊禮三之 (2014)『相似概念の獲得と理解を促す授業展開の一例～身のまわりの題材や中点連結定理を導く課題を通して～』，福井大学教育実践研究.

文部科学省（2018)『中学校学習指導要領解説数学編』，教育出版.

大竹公一郎ほか (2002)「等周問題について－中学校における課題学習のテーマとして－」，『群馬大学教育学部紀要』，第 50 巻．pp. 49-54.

Creating Lessons that Lead to Deep Learning : Using the Area Volume of Figures as a Theme

Kayoko ADACHI