

## コアンダ効果の不安定現象

八木田 幹

工学部機械システム工学科

### On Unstable Phenomenon of Coanda Effect

Miki YAGITA

*Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Engineering*

(平成14年9月19日受理)

#### Abstract

This paper presents the numerical simulation of unstable flow along the surface of a circular cylinder in the Coanda effect. The unstable phenomenon is governed by a nominal Reynolds number  $Re^* = U_j \sqrt{(1/4) h D} / \nu$  and the nozzle height of the jet,  $h$ . In this paper, the changing phenomenon of two-dimensional jet direction is found numerically and is compared with the experimental results. The numerical calculation was carried out by using the finite-difference method for the conditions of unstable phenomenon, that is,  $1.0 \times 10^4 \leq Re^* \leq 2.5 \times 10^4$  and  $0.100 \leq h/D \leq 0.200$ . Numerical results agree well with experimental results qualitatively. Also, it is found that the unstable phenomenon is sensitive to both  $Re^*$  and  $h/D$  on the conditions of it. Furthermore, a hysteresis phenomenon of jet direction by  $Re^*$  was observed.

#### 1. 緒言

スポーツの球技において、球に回転を与えると軌道が曲がることはよく知られているが、これは

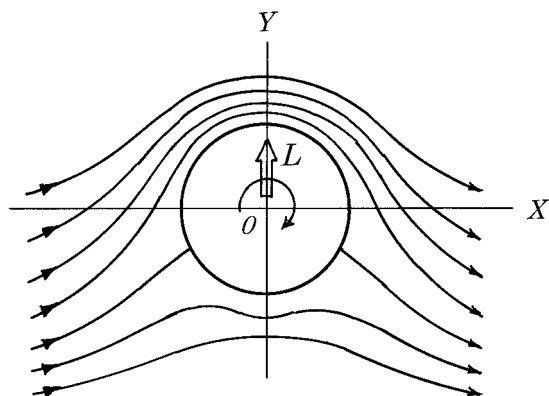


Fig. 1 Magnus effect

流体力学の分野ではマグナス効果と呼ばれている。図1に示したように、一様流れの中で、流れに直角な軸周りに回転する二次元円柱には流れの方向と回転軸に直交する方向に力(横力)が働く。二次元ポテンシャル流れにおいては、この横力の大きさと、回転の方向によって決まる横力の向きは解析的に解かれており、流体力学の教科書でもよく見かける事柄である。しかし、粘性を持つ空気や水の中で生じるマグナス効果は一義的な解析解とは異なり複雑となり、また、球と二次元円柱とも異なる。円柱については、円柱の回転速度と流れの速度の比(速度比 $\alpha$ )の増加と共に横力(解析解と同じ向き)は増加するが、速度比のある値のところで円柱に働く横力が急に減少し、再び増加する結果となる<sup>1)</sup>。この場合、横力は減少

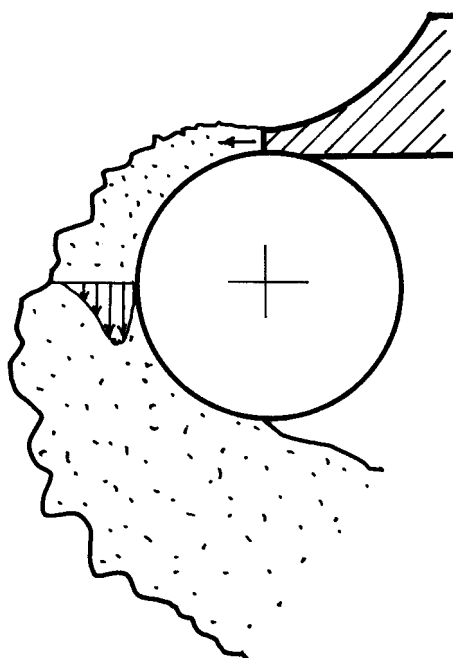


Fig. 2 Coanda effect

しても負の値（解析解とは反対の向き）にまではならない。一方、球の場合はある速度比の範囲で横力は負となり、その向きが解析解と反対となる<sup>2,3)</sup>。これは「負のマグナス効果」と呼ばれているが、このことはあまり知られていない。

負のマグナス効果あるいは円柱における横力の減少が生じる速度比の範囲は、球や円柱表面の境界層が遷移する臨界レイノルズ数の範囲に対応している。図1の上側の境界層は層流で下側の境界層は乱流に遷移し、乱流境界層の剥離点が下流に移ることから表面圧力分布が大きく変化して横力の値が変わることになる。

上に述べたマグナス効果は一様流中での話であるが、球技において球が地面近傍を飛ぶ場合とか、離陸する航空機の車輪のように、回転する球や円柱が流れの中で固体境界に近接したときにはこのマグナス効果がどのようになるのか、筆者は興味を覚えていた。幸いタイヤメーカーとの共同研究で製作した実験装置がそのまま使えることから「流れの中で地面に近接して回転する円柱まわりの流れについて」と題する一連の研究を行ってきた<sup>4-10)</sup>。これらの研究で得られた新知見のひとつに、円柱と地面との隙間 $H$ と円柱直径 $D$ と比が $H/D=0.1$ のとき、隙間を通り抜けた流れの方向が不安定に切り替わり、抗力と横力が突然変化する

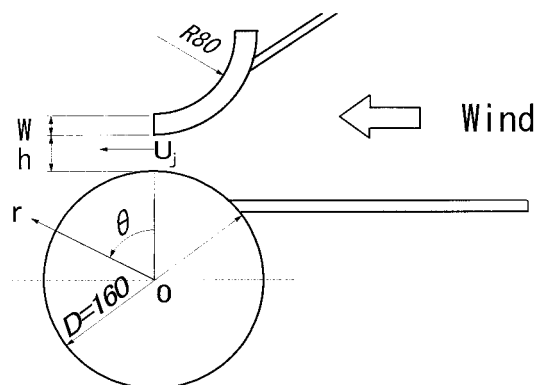


Fig. 3 Schematic of experimental apparatus

こと、そしてその現象はコアンダ効果によるものであろうと指摘したことが上げられる。

図2に示したように、凸壁面に沿って接線方向に噴出された噴流が、直進せずに壁面に付着しながら下流方向に流れる現象をコアンダ効果と呼んでいるが、従来のコアンダ効果に関する研究においては、円柱に沿う壁面噴流の剥離点に関する研究でこの不安定性の指摘が見られるものの、どのような条件のもとで起こるのかは十分明らかにされていない。

本研究は、一様流中に置かれた円柱と平板との隙間を通った流れの方向が切り替わる現象とコアンダ効果との関係を明らかにすることを念頭において、円柱に沿う二次元壁面噴流に生じるコアンダ効果の不安定現象がどのような条件下で起こるかを、実験と数値シミュレーションとで明らかにしたものである。

なお、この不安定現象は噴流の方向制御としていろいろな応用が考えられるが、一方、日本の代表的なエアリード楽器である尺八の発音原理とこの不安定現象が深く関わっていると思われ<sup>11)</sup>、その点に関しても現在研究を進めている。

## 2. 実験装置及び実験方法

### 2.1 実験装置

コアンダ効果の不安定現象に関与するパラメータとして、噴流出口速度 $U_j$ 、噴流出口高さ $h$ 、円柱直径 $D$ 、円柱表面粗さ、噴流出口速度分布、噴流の出口における乱れ強さ、噴流出口付近の周囲境界条件等が考えられる。本研究では後ほど述べるように、円柱直径は $D=160\text{mm}$ に固定、円柱表

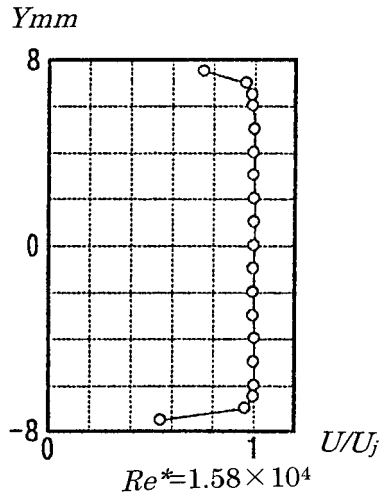


Fig. 4 Velocity profile of jet at nozzle exit

面は十分滑らかとし、出口速度分布は一様とする。また、出口における乱れ強さは流速15m/sで約0.3%と比較的低い乱れであり、噴流出口付近は図3に示すようになっている。従って、残りの二つのパラメータ $U_j, h$ を変えられるように実験装置は作られている。図3において、ノズル下壁と円柱が接する位置は噴流出口から約 $320^\circ$ のところであり（噴流剥離位置は最大で約 $210^\circ$ ）、ノズル下壁の影響は小さいと思われる。また、上に述べた一様流中で回転する円柱周りの流れとの関連をみるために、円柱は回転できるように作られている。

図3に示した実験装置においては既存の風洞を用い、風洞吹出口の先に更に絞り部を設け噴流吹出口とし、 $\phi 160\text{mm} \times 400\text{mm}$ の亚克力製の円柱表面に接するように取り付けられている。噴流出口幅は400mmで一定とし、噴流出口高さ $h$ は任意の高さに変えることができる。また、円柱の両端面には、円柱表面に沿う噴流の二次元性を保持するために亚克力板（端版）が取り付けられている。実験を行った噴流出口高さ $h$ の範囲で、噴流幅と噴流出口高さの比（アスペクト比）は18.5～167である。

噴流出口速度 $U_j$ は風洞の送風機の回転数を変えることにより、0～30m/sの範囲で変化させることができるが、図4には、測定条件下で測定した噴流出口速度分布の一例を示した。これにより、噴流がほぼ一様に噴出していることが確認できる。



Fig. 5 Flow visualization by smoke-wire method (Measurement of separation angle)

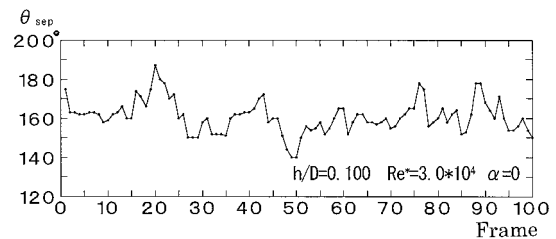


Fig. 6 Fluctuation of separation angle

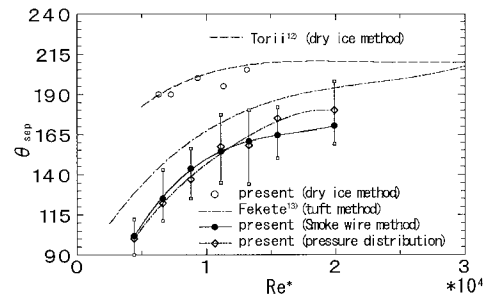


Fig. 7 Comparison between various results of separation angle

## 2.2 実験方法

本研究では、コアンダ効果の不安定性を調べるために剥離点の測定を行い、噴流が直進しているかまたは円柱に沿って流れているかを剥離点の位置より判定する。従来の研究において、ドライアイス法<sup>12)</sup>、タフト法<sup>13)</sup>、油膜法<sup>14)</sup>を用いた剥離点の測定結果が報告されているが、本研究においてはスモークワイヤ法による新しい測定法を考案した。円柱表面に沿って流れる噴流が円柱表面から剥離したとき、その下流の円柱に沿う逆流領域は流れが緩やかなためその場所で発煙された煙は直ぐに流れ去らず滞りやすい。図5に示すように、剥離点後方の渦領域の中に置かれたスモークワイ

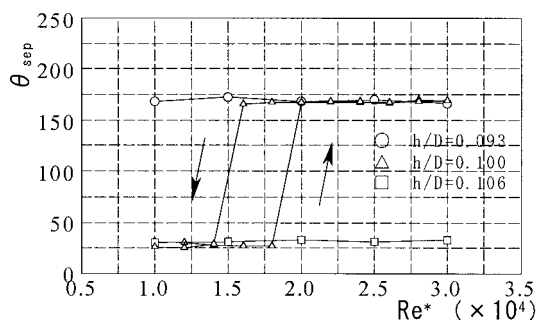


Fig. 8 Dependence of separation angle  $\theta_{sep}$  on Reynolds number  $Re^*$  (Experimental results)

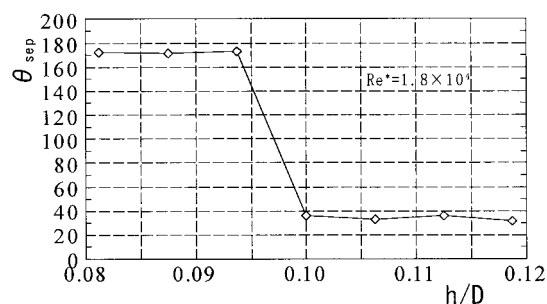


Fig. 9 Dependence of separation angle  $\theta_{sep}$  on jet exit height  $h/D$  (Experimental results)

ヤを用いて撮影された映像は、噴流と渦領域の境界を明確に示し、剥離点の測定が容易である。さらに重要なことは、この剥離点が円柱周方向と円柱軸方向に不規則に変動していることに対して、周方向の変動が測定できることである。本研究では、円柱軸方向に張られたスモークワイヤの一部分（円柱軸方向の中心部分約10mm）にのみ発煙剤を塗布し、その剥離点の変動をビデオカメラにより測定している。

図6にはこの方法で得られた剥離点の変動する結果を示し、また図7には変動する剥離点の平均値（約6秒間180点の平均）の結果と従来の測定結果<sup>12,13)</sup>を比較のために示した。これによると、ドライアイス法はスモークワイヤ法に比べかなり大きな値を示している。ドライアイス法は円柱軸方向の全面にわたってドライアイスが吹き出され、その様子を側面より写真撮影される。従って、円柱周方向に変動している剥離角度の最大値を剥離角度として読み取ることになる。それに対して、スモークワイヤ法では中央断面付近における剥離角度の変動の平均値を求めている。本研究における装置を用いて別に行ったドライアイス法による

結果（図7の○印）はTorii<sup>12)</sup>の結果とよく一致したことから両者の相違は装置における相違ではなく、剥離角度の最大値と平均値の相違と思われる。また、スモークワイヤ法で求めた剥離角度と筆者らが別に求めた円柱表面圧力分布からの剥離角度とは非常によい一致を示している（図7の◇印）。

### 3. 実験結果

噴流が直進するか円柱に沿って流れる（コアンダ効果）か、あるいは不安定現象がどこで生じるかを明らかにするために、無次元噴流出口高さ  $h/D$  を0.015から0.135の範囲まで、また特性レイノルズ数  $Re^*(=U_j\sqrt{(1/4)hD/\nu})$  を  $0.5\sim 2.8\times 10^4$  の範囲で変化させて剥離点（剥離角度  $\theta_{sep}$ ）の測定を行った。その結果、 $h/D=0.100$ の付近で噴流の方向が切り替わることが判明したので、その付近の測定結果の一部を図8、図9に示した。

これらの図より、噴流はレイノルズ数  $Re^*$  によらず、 $h/D\leq 0.0938$ の範囲では円柱に付着して流れるが、 $h/D\geq 0.106$ の範囲では円柱に付着せずに直進する。また、 $h/D=0.100$ においては  $1.6\times 10^4 < Re^* < 2.0\times 10^4$ の範囲で不安定となり、 $Re^*$ 数を  $1.01\times 10^4$ より増加してゆくと、 $Re^*\approx 2.0\times 10^4$ の付近で剥離角度  $\theta_{sep}$ が約  $20^\circ$  から  $160^\circ$ へと変化し、噴流は直進から付着へと変わる。一方、 $Re^*$ 数を  $2.9\times 10^4$ から減少させてゆくと、 $Re^*\approx 1.6\times 10^4$ 付近で  $\theta_{sep}$ は  $160^\circ$  から  $20^\circ$ と変化し、噴流は付着から直進へと変わる。すなわち、 $h/D=0.100$ の場合には、 $\theta_{sep}$ は  $Re^*$ 数に対してヒステリシスな特性を持ち、 $1.6\times 10^4 < Re^* < 2.0\times 10^4$ の範囲では噴流は直進・付着の両方の場合が起こり得ることが明らかとなった。

## 4. 数値計算

### 4.1 支配方程式と計算スキーム

本研究では二次元噴流を計算するため、次に示す連続の式および二次元非定常非圧縮性Navier-Stokes方程式を用いた。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\partial \mathbf{u} / \partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + (1/Re)\nabla^2 \mathbf{u} \quad (2)$$

本研究で採用した差分法での計算スキームは<sup>15)</sup>時間積分法として、Fractional Step法に従う2ステップ法を用い、対流項に二次精度のAdams-Bashforthの陽解法、粘性項に二次精度のCrank-



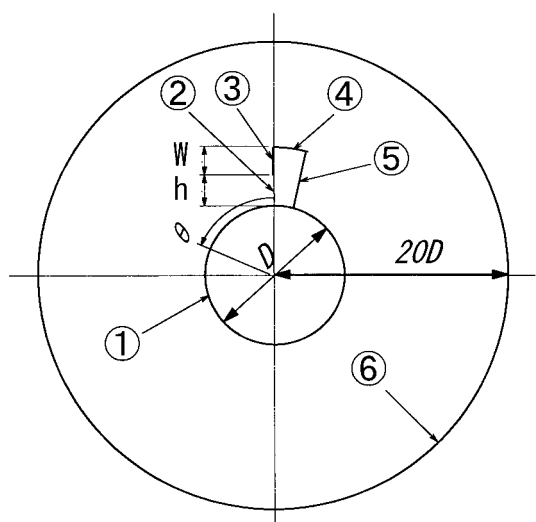
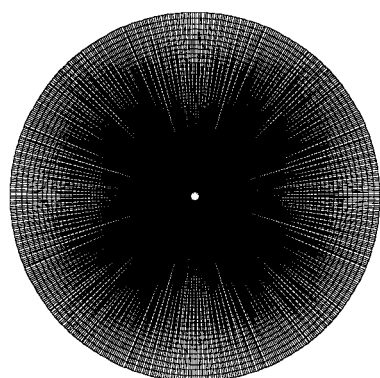
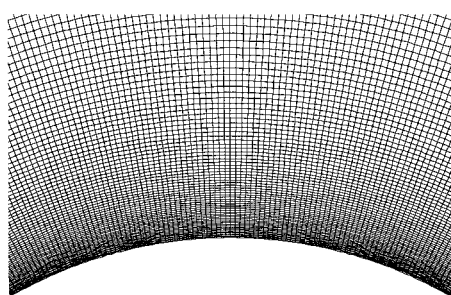


Fig. 10 Schematic of calculation domain



(a)



(b)

Fig. 11 Grid

Nicolsonの陰解法を適用し、空間微分は対流項に三次精度の風上差分、その他の項は二次精度の中心差分を用いる。離散化についてはスタガード格

子を用いずに、境界での取り扱いが簡単で、かつ汎用性をもつ通常格子を用いる。また、圧力Poisson方程式はSOR法を用いて計算を行う。

この計算法の精度を検証するために、実験的にもまた数値計算においてもよく研究されている一様流中に置かれた二次元円柱まわりの流れの計算を行った。計算結果の抗力係数、揚力係数、ストローハル数は他のグループの計算結果とよく一致していることが確かめられた。

#### 4.2 計算格子

図10に計算領域の概要図を示す。また図11の(a)と(b)に、本研究で用いる格子を示す。(a)は格子の全体図、(b)は円柱表面近傍の拡大図である。

計算格子についてAnderson<sup>16)</sup>らは、半径方向の最小格子間隔 $\Delta r_{\min}$ と円周方向の最小格子間隔 $(D/2)\Delta\theta_{\min}$ が共に $1/Re$ のオーダーである必要があると報告している。また、半径方向の最小格子間隔については、平板境界層を例にとり、その $x=1$ での境界層内に半径方向の格子数を10本以上入れる必要があると中村ら<sup>17)</sup>は報告している。

本研究では、計算効率を考え中村らの考え方に従って半径方向最小格子数を決定し、周方向の最小格子間隔 $(D/2)\Delta\theta_{\min}$ を最小格子間隔 $\Delta r_{\min}$ と同じオーダーまで小さくしてある。従って、用いたO型格子の半径方向格子数は $n_r=200$ 、周方向格子数は $n_\theta=600$ 、半径方向の最小格子間隔は $\Delta r_{\min}=10^{-3}$ とする。時間ステップ $\Delta t$ は、 $5 \times 10^{-4}$ とし、計算領域は、円柱直径 $D$ の20倍とした。また半径方向の計算格子点を定める際には、境界付近に格子点がスムーズに集中する分布関数を用いている。

#### 4.3 境界条件

図10の①～⑥における境界条件を以下に示す。

：①（円柱表面）、④（円柱表面に対し平行な噴流吹き出し口部壁面）

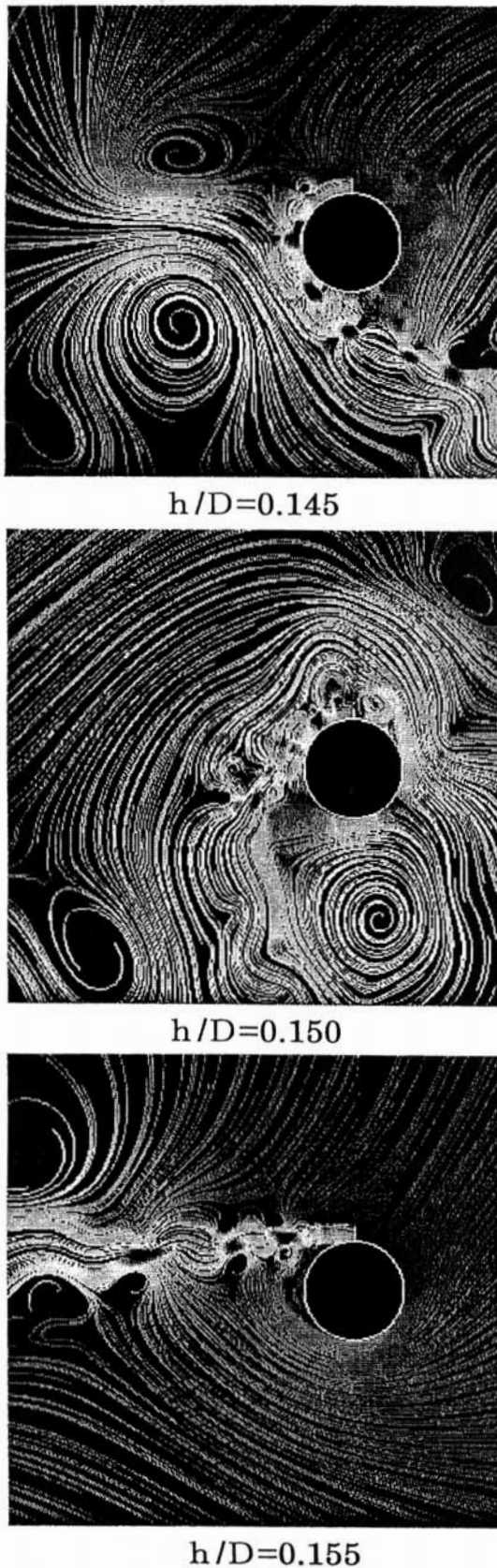
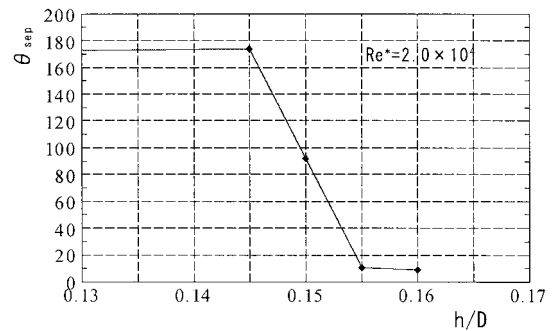
$$u=0, v=0, \partial p/\partial r=0$$

：②（噴流吹き出し口）

$$u=1, v=0, p=0$$

：③、⑤（円柱表面に対し垂直な噴流吹き出し口部壁面）

$$u=0, v=0, \partial p/\partial \theta=0$$

Fig. 12 Streamlines ( $Re^* = 2.0 \times 10^4$ )Fig. 13 Dependence of separation angle  $\theta_{sep}$  on jet exit height  $h/D$  (Numerical results)

: ⑥ (外側境界)

$$u = h \sin \theta / 2 \pi r, v = h \cos \theta / 2 \pi r, p = 0$$

⑥の外側境界における境界条件は、本研究の計算領域が円柱直径 $D$ の20倍としているために外側境界が円柱表面から十分に離れているとみなし、噴流出口から流入した流体が外側境界より一様に流出すると仮定した上で、質量保存の法則を用いて与えたものである。

#### 4.4 計算条件

本研究で用いる計算条件を以下に示す。このパラメータの値は、実験により求めたコアング効果によるスイッチング現象が起こる条件を参考に決定した。

$$h/D = 0.1 \sim 0.2 \quad (h = 16 \sim 32 \text{ mm})$$

$$W/D = 0.06 \quad (W = 9.6 \text{ mm})$$

$$Re^* = 1.0 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^4$$

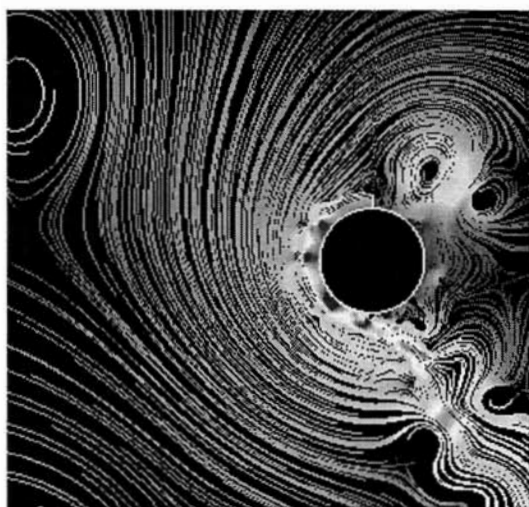
ここで、 $h/D$ と $W/D$ はそれぞれ噴流出口高さ $h$ 、噴流吹き出し口上部の垂直壁面高さ $W$ と円柱直径 $D$ の比である。また、 $W/D = 0.06$ の値は、用いた実験装置の噴流吹き出し口上部壁面の肉厚である。

#### 5. 計算結果および考察

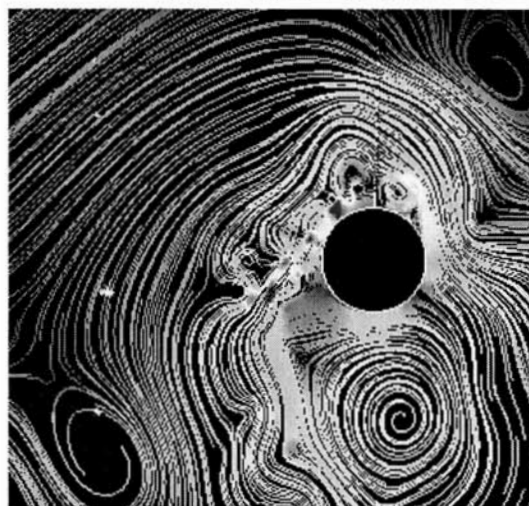
図12に、 $Re^* = 2.0 \times 10^4$ において $h/D$ を変えた場合の流線図を示す。 $h/D = 0.15$ を境に噴流は $h/D = 0.145$ で付着、 $h/D = 0.155$ で直進となり、実験と同様に $h/D$ により噴流の方向が切り替わるスイッチング現象を数値計算においても得ることができた。しかし、スイッチングが生じる $h/D$ の値が実験では $h/D = 0.100$ であるのに対して、計算では $h/D = 0.15$ と高めとなった。

また、図13に剥離角度 $\theta_{sep}$ の $h/D$ による変化を示

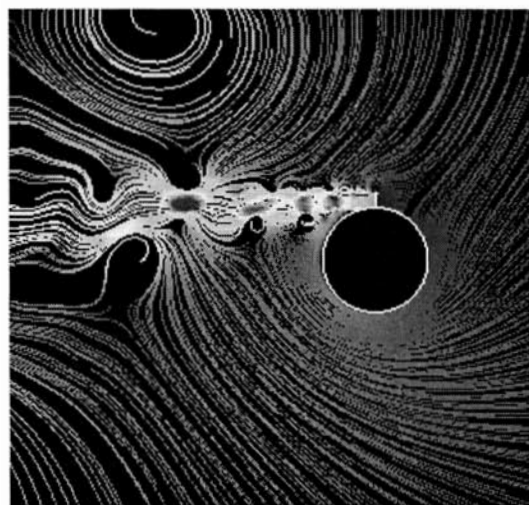




$Re^*=2.25 \times 10^4$



$Re^*=2.0 \times 10^4$



$Re^*=1.5 \times 10^4$

Fig. 14 Streamlines ( $h/D=0.150$ )

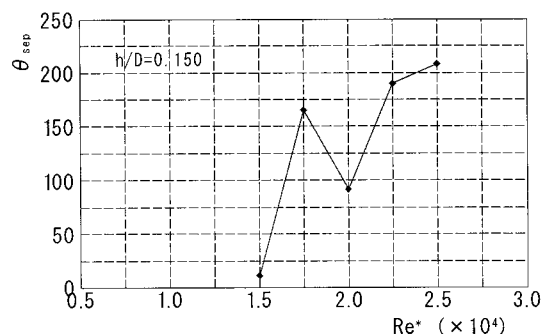


Fig. 15 Dependence of separation angle  $\theta_{sep}$  on Reynolds number  $Re^*$  (Numerical results)

す。実験結果（図9）と計算結果は定性的に非常によく一致しているが、定量的に異なる理由として噴流の三次元的な挙動が本計算では表現できていないこと、また、乱流現象が十分に捉えられていないことがあげられる。なお、この図において、 $h/D < 0.145$ の範囲で $\theta_{sep}$ を一定として実線が引かれているが、これは図に記入されていない $h/D = 0.100$ での値が $h/D = 0.145$ での値と一致しているためである。

次に、スイッチングが生じる不安定な条件である $h/D = 0.150$ の場合について、 $Re^*$ 数を変えた場合の流線図を図14に示す。 $Re^* = 2.0 \times 10^4$ を境に噴流は $Re^* = 2.25 \times 10^4$ で付着、 $Re^* = 1.50 \times 10^4$ で直進となり、実験と同様に、不安定となる $h/D$ の値については $Re^*$ に対して噴流が付着・直進と切り替わる結果が得られた。また、図15には、 $\theta_{sep}$ の $Re^*$ に対する変化を示したが、実験結果（図8）とほぼ一致している。なお、この図において、 $Re^* = 2.0 \times 10^4$ における $\theta_{sep}$ の値が低いのは、他の場合と計算時間が同じにもかかわらずこの場合のみ定常解に達しなかったため、更に時間をかけて計算する必要がある。

### 6. 結 言

コアンダ効果の不安定性が生じるのは、無次元噴流出口高さ $h/D$ が約0.100のときであることを突き止めることができたが、その場合における特性レイノルズ数 $Re^* (= U_j \sqrt{(1/4) hD / \nu})$ の影響（ヒステリシス特性）を実験的に明らかにすると共に、数値シミュレーションにより実験結果と定性的に一致する計算結果を得ることができた。この不安定性に影響を及ぼすその他のパラメータの内、噴

流出口における乱れ強さが重要であると考えており、今後の課題として噴流ノズル出口部の上壁、下壁にトリップワイヤを設けた場合の影響を調べている。

また、緒言のところでも述べたように、平板に近接して回転する円柱において円柱と平板との隙間(=H)を通った流れに生じる方向変化が、 $H/D \approx 0.10$ の値<sup>10</sup>のところから生じている。この流れも一種のコアンダ効果によるものと考えているが、本研究で取り扱った流れ場とは状況がかなり異なるにも関わらず、不安定現象の現われる $h/D$ と $H/D$ の値がほぼ一致したことは大変に興味深いことである。

最後に、本研究の数値計算に携わった大学院生清野将人君（現東北電力）に感謝する。

#### 参考文献

- 1) W.M.Swanson, The Magnus Effect: A Summary of Investigation to Date, Trans. ASME, 83-3, D (1961), 461-470.
- 2) J.M.Davies, The Aerodynamics of Golf Balls, J. Appl. Physics, 20-9 (1949), 821-828.
- 3) 谷一郎, 再び野球のカーブについて, 科学, 49-1 (1979), 51-53.
- 4) 八木田幹, 有村憲一, 鹿野一郎, 犬塚信夫, 塚田剛久, 地面に近接して回転する円筒まわりの流れ, 機論, 62-596, B (1996), 1294-1299.
- 5) 塚田剛久, 鹿野一郎, 八木田幹, 地面に近接して回転する円筒まわりの流れ (第2報), 機論, 62-603, B (1996), 3875-3881.
- 6) 鹿野一郎, 八木田幹, 佐藤尋史, 地面に近接して回転する円筒まわりの流れ (第3報, 地面境界層がない場合の実験と渦法による数値シミュレーション), 機論, 65-630, B (1999), 590-597.
- 7) 鹿野一郎, 八木田幹, 佐藤尋史, 地面効果を受ける円柱まわりの流れ, 機論, 65-638, B (1999), 3268-3273.
- 8) 鹿野一郎, 八木田幹, 中西為雄, 岩田宗久, 地面に近接して回転する円筒まわりの流れ (第4報, 地面に発達する境界層の影響と差分法による数値計算), 機論, 66-641, B (2000), 74-81.
- 9) 鹿野一郎, 八木田幹, 中西為雄, 轟克久, 壁面に近接する円柱まわりの流れの数値解析, 日本航空宇宙学会論文集, 48-562 (2000), 357-362.
- 10) I.Kano and M.Yagita, Flow around a Rotating Circular Cylinder near a Moving Plane Wall, JSME International Journal, Series, B, 45-2 (2002), 259-268.
- 11) さーもふいじすと (T), 'サロン' 首振り3年を3日で?, 熱物性 (日本熱物性学会編), 16-3 (2002), 121-126.
- 12) K.Torii, Some Flow Characteristics of a Curved Wall Jet, The 2nd International JSME Symposium Fluid Machinery and Fluidics, Tokyo, Sept. (1972), 111-119.
- 13) G.I.Fekete, Coanda Flow of a Two-Dimensional Wall Jet on the Outside of a Circular Cylinder, McGill Univ., Mech. Engng. Labs. Rep. no. 63-11 (1963).
- 14) U.M.Patankar and K. Sridhar, Three Dimensional Curved Wall Jets, Trans. ASME J. Basic Eng. 94 (1972), 339-344.
- 15) 清野将人, コアンダ効果の不安定現象に関する数値シミュレーション, 山形大学工学部修士学位論文 (2002).
- 16) C.R.Anderson, A High Order Explicit Method for the Computation of Flow about a Circular Cylinder, Compute. Phys., 125 (1996), 207-224.
- 17) 中村佳朗, 中西為雄, 水野大介, 任意に運動する物体周りの非圧縮性流れの計算法, 日本航空宇宙学会誌, 41-469 (1996), 96-103.