

手回し発電機とスライダックで体感する自己誘導

遠藤龍介 山形大学非常勤講師

スイッチを切る際の電流変化による自己誘導現象を確認する教材としては、コイルに並列につないだ LED 等がよく用いられる。スイッチを入れるときの電流変化による自己誘導現象を、手回し発電機とスライダックで確認できることを報告する。スライダックをコイルとして用いれば、発電機を回し始めるときのハンドルの手ごたえで自己誘導を体感することができる。スライダックをコイルとして利用する際の問題点についても考察する。

1. 自己誘導と RL 回路の時定数

コイルに流れる電流が変化すると、コイルを貫く磁束も変化するため、電磁誘導で磁束の変化を妨げる向きに誘導起電力が生じる。これが自己誘導である。

自己誘導の観察でよく用いられる方法は、図 1 のように、コイルに並列に LED (あるいは豆球)

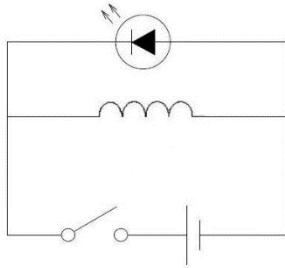


図 1 コイルと LED 回路

を接続したものである。コイルに電流を流している状態でスイッチを OFF にすると、急激な電流変化のため、コイルに電流を流し続けようとする起電力が生じて LED が一瞬光るものである。

では、スイッチを ON にしたときの自己誘導はどうだろうか。図 2 の RL 回路で見てみよう (R はコイルや電池の内部抵抗も含むものとする; 図 1 でも書くべきであったが省略した)。スイッチを入れてから時間 t が経過したときの電流 $I(t)$ は、

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (1)$$

で与えられる。ここで V_0 は電源の電圧、 L はコイルの自己インダクタンスであり、 $I_0 = V_0/R$ である。(1)式をグラフで表したものが図 3 である。スイッチを入れた直後は、電流がゼロから変化するため、自己誘導による逆向き起電力により電流

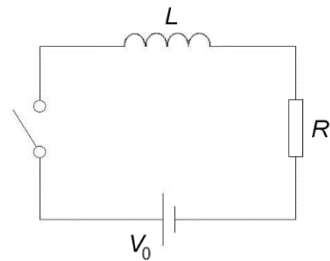


図 2 RL 回路

はゆっくりとしか増えることができない。電流がやがて定常電流 $I_0 = V_0/R$ にまで近づくと自己誘導の効果は消える。(1)式から $t = 0$ での接線の傾きは I_0/τ となり、スイッチを入れた直後の t 依存性が

$$I(t) \sim (I_0/\tau)t \quad (2)$$

の振る舞いをするのがわかる。ここで、 $\tau = L/R$ であり、スイッチを入れてから定常電流 I_0 になる

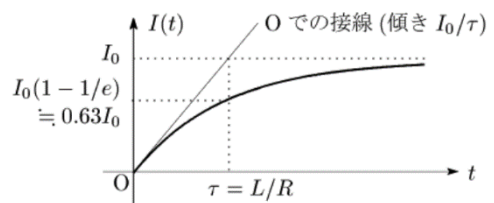


図 3 RL 回路での電流の時間変化

までの時間の目安となる定数である。実際、図 3 のグラフから、 $t = \tau$ での電流の値は終端電流 I_0 の 6 割を越えることがわかる。このような τ のことを時定数という。

2. 手回し発電機で体感する時定数

図 2 の RL 回路における電源を、手回し発電機に置き換えてみよう。発電機のハンドルを回す力

を F 、回転の速さを v とすると、手のする仕事率(単位時間当りの仕事量)は Fv で与えられる。この仕事率は、RL回路で消費される電力 $P = IV$ に等しい¹：

$$Fv = IV \quad (3)$$

一方、発電機の電圧 V はハンドルを回す速さ v に比例すると考えられる。比例定数 k を用いてこれを $V = kv$ と表す。このとき(3)から、力 F は

$$F = kI \quad (4)$$

で表される。この力 F (の反作用)がハンドルを回すときの手ごたえである。すなわち、手ごたえは電流 I に比例することがわかる。

さて、コイルに接続した手回し発電機を回し始めてから、回転速度を瞬時に一定値 v_0 まで上げれば、電圧も直ちに一定値 $V_0 = kv_0$ になるので、電流 I の時間変化は(1)式で与えられるものになる。したがって、それに比例する手ごたえの大きさ F も図3のグラフと同様な振る舞いをする。回し始めた時には手ごたえは小さいが、時定数 τ 程度で手ごたえは重くなる。



図4 スライダックと手回し発電機

実際にハンドルの手ごたえの変化が体感できるためには、秒程度の時定数が必要であろう。そのためには、自己インダクタンスが大きくて内部抵抗の小さなコイルが必要である。例えば、 $L = 1 \text{ H}$ 、 $R = 1 \Omega$ なら時定数は $\tau = L/R = 1 \text{ 秒}$ となる。このような特徴のコイルとしては、スライダックが適当である。 $(L = \text{数 H}$ 、 $R = \text{数 } \Omega \text{ 程度のものが多い。)$ 実際にスライダックにつないで発電機を回してみると、確かに手ごたえの変化を感じることができる。しかしながら、発電機自身にも $r =$

10Ω 程度の内部抵抗があるため、時定数は

$$\tau = \frac{L}{R+r} \quad (5)$$

となって、必ずしも期待通りの大きさにならない(R はスライダックの内部抵抗)。そこでスライダックを例えば3個直列につなげば、スライダックの自己インダクタンスと内部抵抗は3倍になるが発電機の内部抵抗はそのままだので、この場合の時定数は

$$\tau = \frac{3L}{3R+r} \quad (6)$$

となって、十分な大きさの時定数を与える。この場合はスライダック1個のときよりも明確にハン

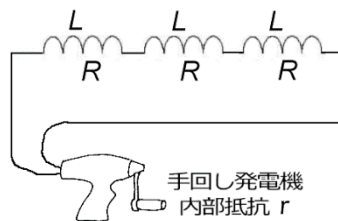


図5 直列につないだスライダック

ドルの手ごたえの変化を確認できる。

実際に手回し発電機を回してみると、体感的には手ごたえの変化が図3のグラフよりも顕著に感じられる；最初はとても軽く、あるところで急激に手ごたえが重くなる。その理由としては次のことが予想される。発電機のハンドルを回すときには、瞬時に一定の回転速度 v_0 にすることは難しく、実際は、 $v = 0$ から徐々に大きくなって v_0 に達することになる。これに応じて、電圧も $V = 0$ から出発して徐々に大きくなり V_0 に至る。その結果、 $t = 0$ 付近での電流 $I(t)$ の振る舞いは、(2)式よりも緩やかものになるだろう。より詳細な議論は付録Aで行う。

3. 奇妙な現象とその考察

スライダックを用いた上の実験では奇妙な現象が現れる。ハンドルを回すと、確かに最初は手ごたえが軽くその後重くなるのであるが、一旦ハンドルを止めて、もう一度回し始めると、今度は最初からハンドルの手ごたえが重いのである。インダクタンスが小さくなったかのようなのである。し

¹ P の内訳は、抵抗で発生するジュール熱とコイルに蓄えられる磁気エネルギーの増加率である。2018年11月の東北支部研究大会の発表ではジュール熱しか考慮していなかった。磁気エネルギーの必要性を指摘した吉澤雅幸氏に感謝する。

かし、逆向きにハンドルを回せば、再び、最初は手ごたえが軽くその後重くなる。ハンドルの手ごたえの変化を何度も「味わう」には、回転の向きを一回ごとに逆にしなければならない。

上の現象は、コイルの鉄芯（コア）の磁化が原因だと推測している。それは次のような考察による。

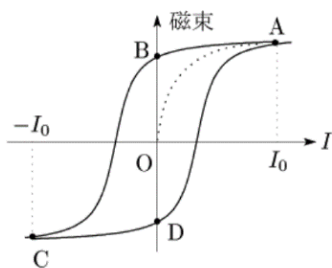


図 6 ヒステリシス曲線

図 6 の磁化のヒステリシス曲線で考える。（問題にあわせて、横軸を電流、縦軸を磁束としている。コイルを貫く磁束は、電流が作る磁場と磁化された鉄芯からのものとの和であるが、鉄芯の磁化の方がはるかに大きいので、電流からのものは無視し、本来は磁化とすべき縦軸を磁束とした。）ハンドルを最初に回したときには、電流が 0 から I_0 まで変化するにつれて、状態は図中の点 O から出発して点線に沿って A まで移動する。O と A の高低差がこのときの磁束の変化分である²。ハンドルを一旦止めると、点は上側の実線に沿って A から B まで移動する。2 回目にハンドルを回したときには、点は B から出発して A へと動くので、その磁束の変化分は一回目よりずっと小さい。自己誘導も小さくなり、ハンドルの手ごたえは最初から重い。ところが、B の状態から逆向きにハンドルを回して、電流を 0 から $-I_0$ まで変化させると、点は実線に沿って B から C まで移動する。BC 間の大きな高低差がこのときの磁束変化であり、自己誘導も大きく、ハンドルの手ごたえも最初は軽くなる。

4. その他の実験

今回の実験は、2017 年の高校生向け「山形大

² この磁束の変化分は電流が 0 から I_0 になるまでの間の平均の起電力に比例する。これが大きいほど、平均の手ごたえが軽くなる。すなわち軽い期間が長くなる。

学アカデミックキャンプ」の理学部物理コースとして「電気信号の伝わり方」というテーマの実験教室の中で行ったものである。（このテーマは、出口幹雄氏達による電気信号の伝播速度に関す

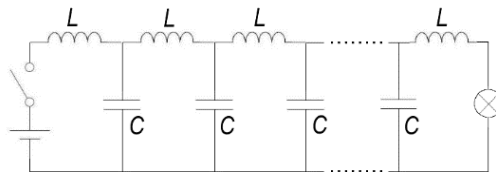


図 7 遅延回路

る研究³に触発されて選んだ。）電気信号は光速で伝わるというが、なぜ瞬時ではないのだろうか？どのような仕組みで伝播速度に制限がもたらされるのだろうか？という問題提起から入り、電気信号を伝える導線の間には静電容量と自己

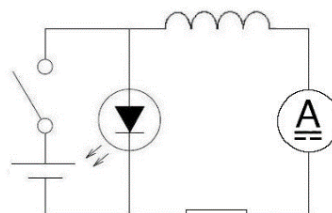


図 8 電流計で見る RL 回路の時定数

インダクタンスがあるからだとして、遅延回路を導入する。図 7 の遅延回路においては、 L も C もいづれも信号を遅らせる効果があり、その実演として L だけの実験、 C だけの実験を行った。 L を用いた実験³としては、図 8 で示される回路を用いた（電流計はアナログのものを使用）。スイッチを入れるとすぐに LED が光り、その後、時定数程の時間後に電流計の針が触れる。秒単位の時定数を得るためにコイルとしてはスライダックを用いている。図 8 の抵抗はコイルと電流計の内部抵抗を表す。遅延電流の検知用に電流計を用いたのは、時定数が小さくならないように内部抵抗の小さいものが欲しかったからである。

³ コンデンサを用いた遅延効果の実験も行った。静電容量が 1F 程度のもので秒単位の時定数が得られる。その際に、参加者には定番の大容量コンデンサに手回し発電機で充電するときの手ごたえの変化を体感してもらっていた。その過程でスライダックに手回し発電機をつないで回したらどうなるかに思い至った。

上述の実験教室以降に、スライダックを用いたより巧妙な遅延効果の実験が渡辺聰明氏によって考案されていることを知った²⁾。図9の回路で示される実験である。左側の電球は内部抵抗が小さく、右側のスライダックに並列につながれた電球の内部抵抗は大きい。スイッチを入れた直後は、自己誘導による逆起電力のためコイルには電流

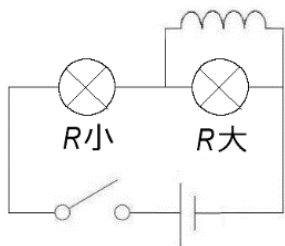


図9 時間差で光る二つの電球(RL回路)

がほとんど流れないため、電流は二つの電球が直列につながれたものとして流れる。電流が同じであれば、内部抵抗の大きな方が発生するジュール熱も大きく、結果として右側の電球だけが明るく光る。しばらくして、コイルに定常電流が流れるようになると、右側の電球にはもはや流れず、左側の電球だけが明るく光る。これが時定数程度の時間差で起こる。

蛇足ながら、渡辺氏の実験をコンデンサによる遅延効果の実験に応用すると、図10の回路が考

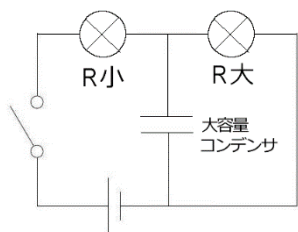


図10 時間差で光る二つの電球(RC回路)

えられる。スイッチを入れた直後は、電流はコンデンサに流れるため、右側の電球には流れない。左側の電球だけが明るく光る。しばらくして、コンデンサに電気が十分に溜まると、電流は右側の電球の方に流れるようになる。このときは、抵抗の大きい右側の電球の方だけが明るく光る。これが時定数 $\tau = RC$ 程度の時間差で起こる。

付録A 電圧 V が時間変化するときの電流

図2の回路において、一定電圧の電源 V_0 を時間とともに変化する $V(t)$ に置き換えてみよう。このとき、回路に流れる電流 I は次の微分方程式にしたがう：

$$L \frac{dI}{dt} + RI = V(t) \quad (7)$$

左辺第一項は自己誘導による起電力であり、第二項は電圧降下である。 $V(t)$ として、手回し発電機の回転速度をゼロからしだいに大きくして一定の速さ v_0 にする場合を考える。したがって、電圧も $V = 0$ からしだいに大きくなり一定の電圧 $V_0 = kv_0$ になる場合である。このような関数として(1)式と同様な指数関数を含むものを考える。

$$V(t) = V_0(1 - e^{-t/\tau'}) \quad (8)$$

$V(t)$ は図3のグラフと同じような振る舞いをする。ただし、時定数に相当するのは今の場合 τ' とした。(8)式のもと、(7)の微分方程式は次のように変形できる。

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I}{\tau} + \frac{I_0}{\tau}(1 - e^{-t/\tau'}) \quad (9)$$

ここで、 $\tau = L/R$ 、 $I_0 = V_0/R$ である。 $t = 0$ のとき $I = 0$ なる初期条件もとで、(9)の解は

$$I = I_0 \left(1 - \frac{\tau}{\tau - \tau'} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\tau'}{\tau - \tau'} e^{-\frac{t}{\tau'}} \right) \quad (10)$$

となる⁴。この解から次のことがわかる。 $\tau' \ll \tau$ の場合、すなわち、RL回路の時定数 τ よりも十分に早く電圧を一定の V_0 にする場合には、 $\tau'/\tau \rightarrow 0$ の極限をとることで、(10)式は(1)式を再現する。これに対して、 $\tau' \sim \tau$ のときは I の振る舞いは異なる。簡単のため、 $\tau' = \tau/2$ の場合で考えてみよう。この場合、(10)式は、

$$I = I_0 \left(1 - 2e^{-\frac{t}{\tau}} + e^{-2\frac{t}{\tau}} \right) \quad (11)$$

となる。これより、 $t = 0$ のとき、 $I = 0$ 、 $dI/dt = 0$ 、 $d^2I/dt^2 = 2I_0/\tau^2$ であることがわかる。つまり、 $t \sim 0$ のとき $I(t)$ は、

$$I(t) \sim \frac{I_0}{\tau^2} t^2 \quad (12)$$

⁴ 例えば、 $I = Ae^{-t/\tau} + Be^{-t/\tau'} + C$ の形を仮定して、(9)に代入する。これと初期条件から定数 A, B, C を決めればよい。

と近似できる。(2)式と比べると立ち上がりが非常

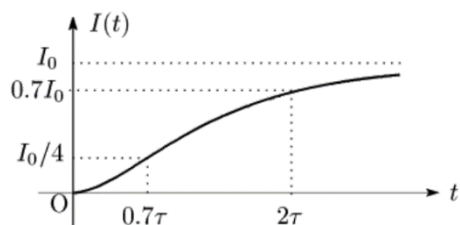


図 11 電流の時間変化： v が変化する場合

に緩やかであることがわかるだろう。実際、(11)式をグラフで表すと図 11 のようになる。 $I(t)$ は最初は傾きゼロで増え始め、 $t = 0.7\tau$ 付近で変曲点を迎える。この変曲点で dI/dt は最大になり、したがって、ハンドルの手ごたえの変化率 dF/dt も

最大となる。すなわち、ハンドルの回転数を(8)にしたがってしだいに大きくしていくと、最初は軽かった手ごたえが、時定数の 0.7 倍ほど経過したときに急激に重くなる。

参考

- 1) 出口幹雄, 松本剛志, 福田京也:「電気信号の伝播速度の簡便な測定実験」, 物理教育, Vol. 64 (2016), 12-16.
- 2) 野呂茂樹 YouTube, 「ON 時の自己誘導」,
<https://www.youtube.com/watch?v=s4O71HeClkI>