

スプリアスモード抑圧形・縦振動音片の解析

日下部 千 春

教育学部 電気研究室

(昭和53年9月30日受理)

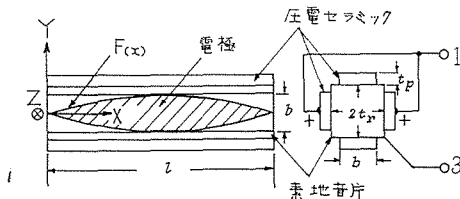
1. まえがき

一般に、30 kHz以下の周波数域での共振子には横振動音片が利用されるが、それ以上の周波数域では縦振動共振子の利用が便利である。縦振動子としては Langevin 形振動子が広く実用に供されているが、圧電セラミックの薄片を素地音片の両面に接着して対称駆動しても縦振動を励振できる^{(1),(2)}。筆者は先に圧電セラミック部分接着・縦振動音片を用いた差動接続形音片フィルタについて報告し、高次モードによるスプリアスの抑圧に留意すべきことを指摘した⁽³⁾。このような高次モードの抑圧対策としては、圧電セラミックの電極を正弦関数形に形成した振動モード制御形振動子⁽⁴⁾の利用が有効で、さらに、横振動スプリアスを防止するために素地音片の四面に圧電セラミックを接着し、一對の両側面を駆動して、他の両側面からピックアップすればよく、振動モードを縦振動のみに限定したスプリアスの少ない振動子が得られる。ただし、圧電セラミックが4枚となり長さも素地音片の長さと同しいため素地音片におよぼす圧電セラミックの影響が無視できない。

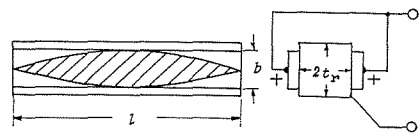
本文では圧電セラミックの影響を考慮した縦振動音片について、等価回路定数や共振周波数、周波数温度係数などについてのべ、この種振動子の設計指針を明らかにすると共に差動接続形音片フィルタの試作結果も示して、振動モード制御形縦振動音片の有効性を明らかにする。

2. 等価回路定数

第1図および第2図は対象とする圧電セラミック接着・縦振動音片で、長さ l 、厚さおよび幅が $2t_r$ 、ヤング率 E_r および密度 ρ_r の素地音片に長さ l 、幅 b 、厚さ t_p 、ヤング率



第1図 縦振動音片
 (圧電セラミック薄片4枚)



第2図 縦振動音片
 (圧電セラミック薄片2枚)

E_p , 密度 ρ_p の圧電セラミックを接着したもので, 電極はモード制御のために正弦関数形に形成されている⁽⁶⁾。図示の場合には第1次モードだけ励振されるが, 圧電セラミックの配置を工夫することにより偶数次モードも励振できるので, 振動モードを偶数次モードも含めて考え, その変位 η を

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta_0 \cdot \cos(\alpha_m \cdot x) \\ \alpha_m &= m\pi, \quad m: 1, 2, \dots \text{振動次数} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

と仮定する。ただし, $x=X/l$, η_0 は任意定数である。

等価インダクタンス L_m および等価容量 C_m は, それぞれに貯えられる電気的エネルギーを振動子の運動エネルギー \mathbf{K} および位置エネルギー \mathbf{U} に対応させて次のようにして算出される。初めに, 第1図の端子1, 3間駆動の場合について \mathbf{K} , \mathbf{U} を求めると

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \frac{1}{2} \int_{-t_r}^{t_r} dZ \int_0^l dY \int_0^l 2\rho_r \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 dX + \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dZ \int_{t_r}^{t_r+t_p} dY \int_0^l 2\rho_p \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 dX \\ &= \frac{1}{2} (4t_r^2 \rho_r l + 4bt_p \rho_p l) \int_0^1 \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \right)^2 dx \\ &\equiv \frac{(j\omega)^2}{2} M_0 \int_0^1 \eta^2 dx \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \frac{1}{2} \int_{-t_r}^{t_r} dZ \int_0^l dY \int_0^l 2E_r \left(\frac{\partial \eta}{\partial X} \right)^2 dX + \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} dZ \int_{t_r}^{t_r+t_p} dY \int_0^l 2E_p \left(\frac{\partial \eta}{\partial X} \right)^2 dX \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{4t_r^2 E_r \alpha_m^2 \eta_0^2}{l} + \frac{4bt_p E_p \alpha_m^2 \eta_0^2}{l} \right) \int_0^1 \{\sin(\alpha_m x)\}^2 dx \end{aligned} \quad (3)$$

一方, 圧電セラミックの電極形状は $F(x) = b \cdot \sin(\alpha_1 x) / 2$ と設定されているから, 2枚一對の圧電セラミックの励起電荷 q は圧電応力定数を e と表すと

$$\begin{aligned} q &= 2 \int_{-F(x)}^{F(x)} dY \int_0^1 e \frac{\partial \eta}{\partial X} dx = -2e\eta_0 \alpha_m b \int_0^1 \sin(\alpha_1 x) \cdot \sin(\alpha_m x) dx \\ &= \begin{cases} -e\eta_0 \alpha_1 b & (m=1) \\ 0 & (m \neq 1) \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

したがって, 定義より L_1 , C_1 は

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{2\mathbf{K}}{(j\omega q)^2} = \frac{M_0}{2b^2 e^2 \alpha_1^2} \\ C_1 &= \frac{q^2}{2\mathbf{U}} = \frac{2b^2 e^2 l}{(4t_r^2 E_r + 4bt_p E_p)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

また, 制動容量 C_d は誘電率を ϵ^s と表すと

$$C_d = \frac{\epsilon^s l b}{\pi t_p \alpha_1} \quad (6)$$

と与えられるから、容量比 r_1 は

$$r_1 = \frac{\epsilon^s(4t_r{}^2E_r + 4bt_pE_p)}{2\pi t_p\alpha_1 e^2 b} \quad (7)$$

となる。次に、均一幅電極縦振動音片の場合について上記諸量を求めると

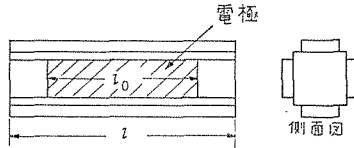
$$\left. \begin{aligned} L_{10} &= \frac{M_0}{32b^2e^2}, \quad C_{10} = \frac{32e^2b^2l}{\alpha_1^2(4t_r{}^2E_r + 4bt_pE_p)}, \\ r_{10} &= \frac{\epsilon^s\alpha_1^2(4t_r{}^2E_r + 4bt_pE_p)}{32(2\pi t_p e^2 b)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となるから、 r_{10} を r_1 と比較すると

$$\frac{r_1}{r_{10}} = \frac{32}{\pi^3} = 1.032 \quad (9)$$

となる。

また、第3図に示した第3次モード抑圧・部分電極縦振動音片の場合には、上記諸量はそれぞれ



第3図 部分電極縦振動音片 ($l_0/l = 2/3$)

$$\left. \begin{aligned} L_{1p} &= \frac{M_0}{8b^2e^2\pi^2 S_p^2}, \quad S_p = \int_{\frac{1}{6}}^{\frac{5}{6}} \sin(\alpha_1 x) dx = 0.5513289 \\ C_{1p} &= \frac{8b^2e^2l S_p^2}{(4t_r{}^2E_r + 4bt_pE_p)}, \quad r_{1p} = \frac{\epsilon^s(4t_r{}^2E_r + 4bt_pE_p)}{12(2\pi t_p e^2 b) S_p^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

と求められるから、前記の r_1 と比較すると $r_1/r_{1p} \cong 1.161$ となる。

次に、第2図の圧電セラミック2枚接着の場合にはそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{(4t_r{}^2\rho_r l + 2bt_p\rho_p l)}{2b^2e^2\alpha_1^2} \cong \frac{M_0'}{2b^2e^2\alpha_1^2}, \\ C_1 &= \frac{2b^2e^2l}{(4t_r{}^2E_r + 2bt_pE_p)}, \quad r_1 = \frac{\epsilon^s(4t_r{}^2E_r + 2bt_pE_p)}{2\pi t_p\alpha_1 e^2 b}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

となる。

3. 共振周波数

関数形電極縦振動音片の L_1 、 C_1 より第1次の共振周波数 f_1 が算出される。すなわち、式(5)より

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$$

$$= f_0 \sqrt{\frac{1 + 2R_w R_t R_E}{1 + 2R_w R_t R_p}} \quad (12)$$

ただし、 $f_0 (= \alpha_1 \sqrt{E_r / \rho_r} / 2\pi l)$ は素地音片の共振周波数を表し、 $R_w = b / 2t_r$ 、 $R_t = t_p / t_r$ 、 $R_E = E_p / E_r$ 、 $R_p = \rho_p / \rho_r$ である。

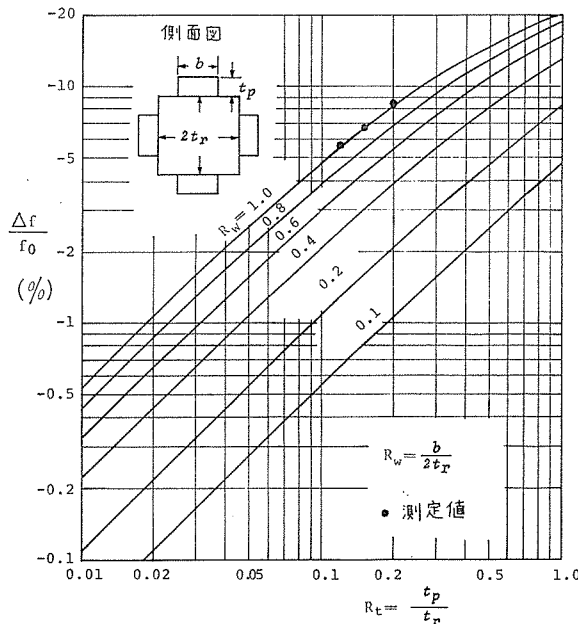
なお、圧電セラミック2枚接着の場合には同様にして

$$f_1 = f_0 \sqrt{\frac{1 + R_w R_t R_E}{1 + R_w R_t R_p}} \quad (13)$$

となる。一例として $R_E = 0.9425 \times 10^{12} / 2.1 \times 10^{12}$ 、 $R_p = 7.84 / 7.8$ における周波数変動率 $\Delta f / f_0 = (f_1 - f_0) / f_0$ を計算したものが第4図および第5図で、第4図には $t_p = 0.3\text{mm}$ の実測値も示したが、圧電セラミック部分接着の場合と異なり⁽²⁾、周波数降下に留意する必要がある。

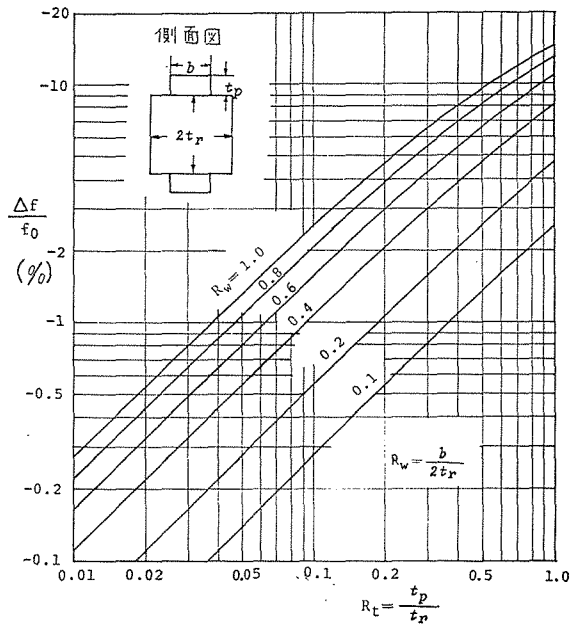
第6図は第1次モード単独励振を目的とした関数形電極縦振動音片および従来の均一幅電極縦振動音片の周波数特性で、第7図は第2次モード単独励振の関数形電極縦振動音片の周波数特性である。両図より関数形電極による振動モード制御の効果が明瞭に認められ、正弦関数電極は圧電セラミック接着・縦振動音片にも有効であることがわかる。

第1表は試作試料の諸定数値の測定結果で、容量比については $r_1 > r_{10}$ の関係をほぼ満たしている。

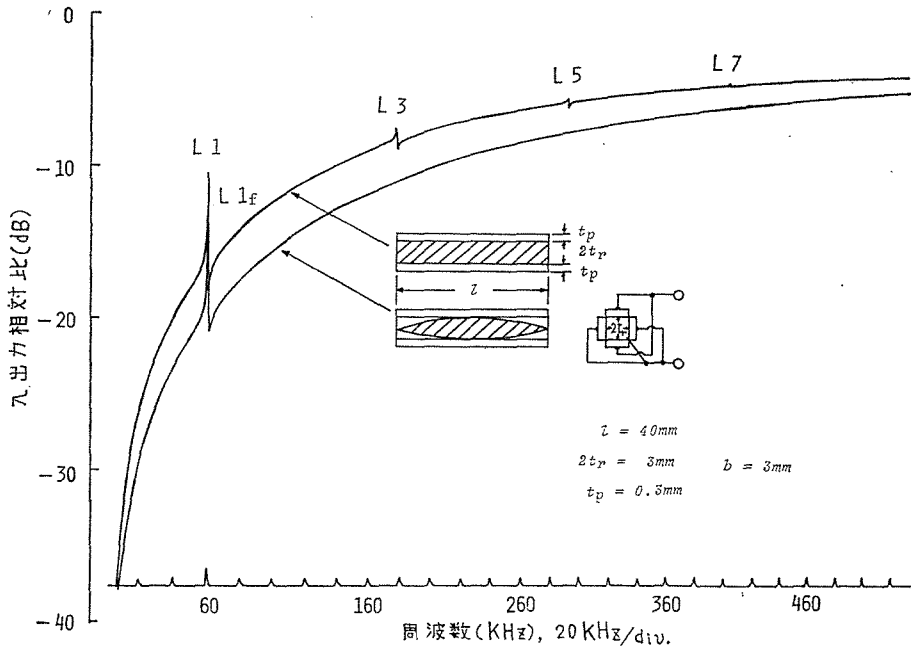


第4図 縦振動音片の周波数変動率

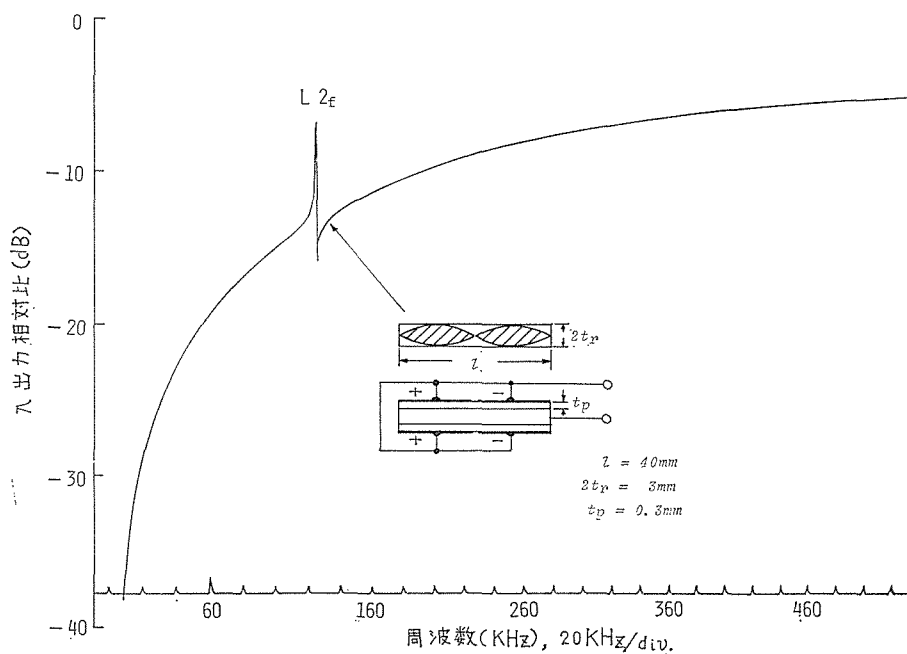
日下部：スプリアモード抑圧形・縦振動音片の解析



第5図 縦振動音片の周波数変動率



第6図 周波数特性



第7図 周波数特性（第2次モード単独励振）

第1表 試作縦振動音片の測定値 ($R_w=1.0$)

モード	$2t_p$ (mm)	f_1 (KHz)	L_1 (H)	γ	C_d (nF)	Q
L1	5.0	60.779	0.1755	235.3	9.24	2852
L1 _f	5.0	61.100	0.2827	256.5	6.18	3100
L1 _p	5.0	64.782	0.2166	220.1	6.16	2713
L1 _f	4.0	60.325	0.2814	199.5	4.96	2539
L1	3.0	58.890	0.2067	158.9	5.65	1821
L1 _f	3.0	59.192	0.3019	161.5	3.89	2159

L1 : 第1次モード

添字なし: 均一幅電極の場合

添字 f : 関数形電極の場合

添字 p : 圧電セラミック部分接着の場合

$l=40\text{mm}$, $t_p=0.3\text{mm}$

4. 総合周波数温度係数

$P_b(Z_r T_i)O_3$ 系セラミックのヤング率の温度係数は $(1.8 \sim 2.0 \times 10^{-4})/^\circ\text{C}$ 程度であり、一方、素地音片のそれは $-2.0 \times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ 程度であるから、圧電セラミックと素地音片の寸法比を調節することにより、圧電セラミック接着・縦振動音片の総合周波数温度係数を零とすることができる^{(2), (6)}。圧電セラミック4枚接着の共振周波数は式(12)で与えられるから、 $2R_w \cdot R_t \cdot R_p < 1$ 、 $2R_w \cdot R_t \cdot R_E < 1$ とすると同式は

$$f_1 \doteq f_0 \{ 1 + R_w \cdot R_t (R_E - R_p) \} \quad (14)$$

と書換えられる。ここで、ヤング率の温度係数を ϵ と表し、標準温度における R_E 、 f_0 をそれぞれ $(R_E)_c$ 、 $(f_0)_c$ とすると $t^\circ\text{C}$ では

$$\left. \begin{aligned} R_E &= (R_E)_c \{ 1 + (\epsilon_p - \epsilon_r) t \} \equiv (R_E)_c (1 + \epsilon t) \\ f_0 &\doteq (f_0)_c \left(1 + \frac{\epsilon_r}{2} t \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

となるから、式(15)を式(14)に代入整理すると、式(14)は近似的に

$$\left. \begin{aligned} f_1 &\doteq (f_0)_c \left\{ \left\{ 1 - R_w R_t R_p + R_w R_t (R_E)_c \right\} + \frac{\epsilon'}{2} t \right\} \\ \epsilon' &= \epsilon_r \left\{ 2R_w R_t (R_E)_c \left(\frac{\epsilon_p}{\epsilon_r} - 1 \right) + 1 + R_w R_t (R_E)_c - R_w R_t R_p \right\} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

のように表される。一例として $(R_E)_c = 0.4488$ 、 $R_p = 1.005$ 、 $\epsilon_p / \epsilon_r = +2 \times 10^{-4} / -2 \times 10^{-4} = -1$ の場合について ϵ' を零とする $R_w R_t$ を求めると $R_w R_t \doteq 0.42525$ を得る。以上の考察では接着剤の影響は考慮されていないがおおよその値を知る上で役立つ。

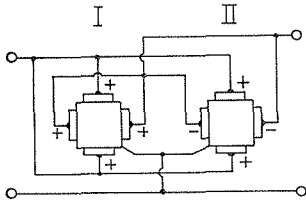
5. 差動接続形音片フィルタへの応用

2個の圧電セラミック接着・縦振動音片を差動接続⁽⁷⁾すると帯域フィルタが構成される。

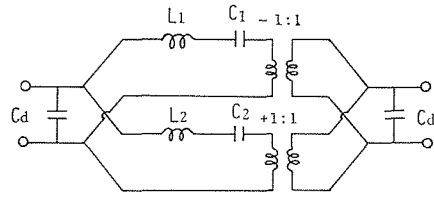
第8図はフィルタの構成図を示し、第9図はその等価電気回路で、理想変成器の極性は圧電セラミックの分極特性によって決まる。第9図より直ちに第10図の等価ラチス回路が得られる。同図にて直列枝路および格子枝路のインピーダンス Z_s 、 Z_p はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} Z_s &= \frac{1}{j\omega C_d} \cdot \frac{(\omega_s^2 - \omega^2)}{(\omega_s^2 - \omega^2)}, \quad \omega_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2}, \quad \omega_{s2}^2 = \omega_2^2 \left(1 + \frac{2C_2}{C_d} \right) \\ Z_p &= \frac{1}{j\omega C_d} \cdot \frac{(\omega_1^2 - \omega^2)}{(\omega_{F1}^2 - \omega^2)}, \quad \omega_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1}, \quad \omega_{F1}^2 = \omega_1^2 \left(1 + \frac{2C_1}{C_d} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となり、 $\omega_{F1} = \omega_2$ 、 $\omega_2 > \omega_1$ とするとそのリアクタンス特性は第11図のように表され、 ω_{s2} 、 ω_1 を上下の遮断角周波数とするフィルタとなる。この型のフィルタは、比帯域幅が振動子の容量比により制限され狭帯域形となるが、電気素子(インダクタンス)を付加することにより通過帯域幅を広げることも可能⁽⁸⁾、また、他のメカニカルフィルタと異なり結合子を必要とせず、純電氣的な接続だけで帯域フィルタが得られる点小形化に有利で、製作も簡単である。

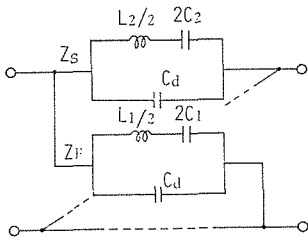


第8図 縦振動音片の差動接続

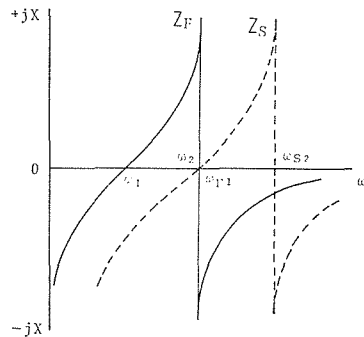


$$C_d = C_{d1} + C_{d2}$$

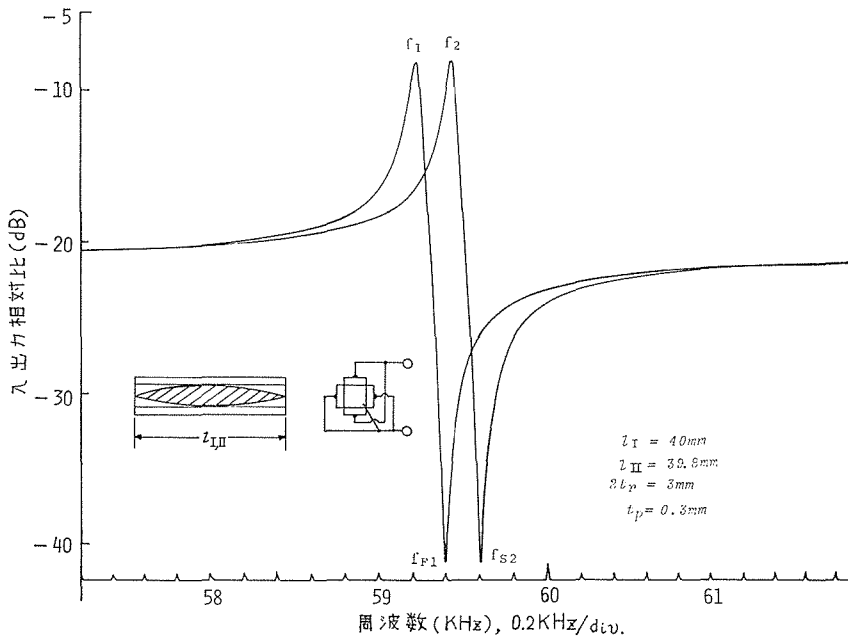
第9図 等価回路 (C_{d1} : 音片 I の制動容量, C_{d2} : 音片 II の制動容量)



第10図 等価ラチス回路

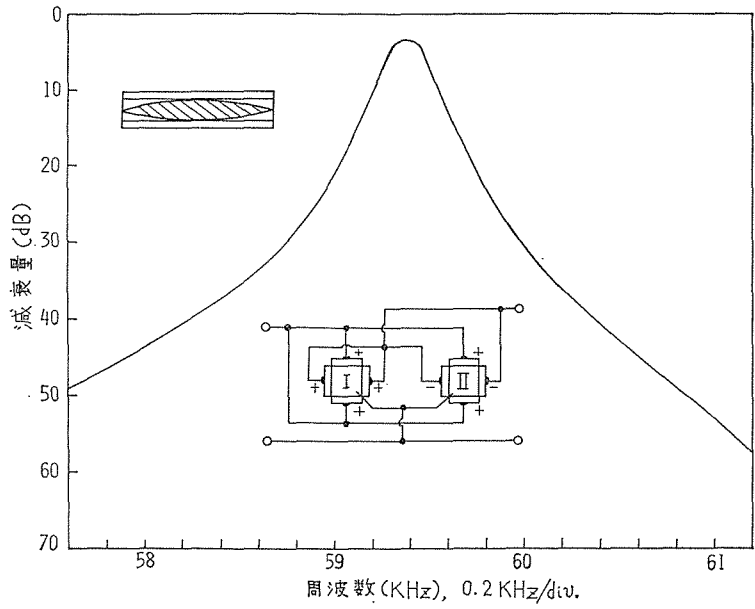


第11図 リアクタンス特性

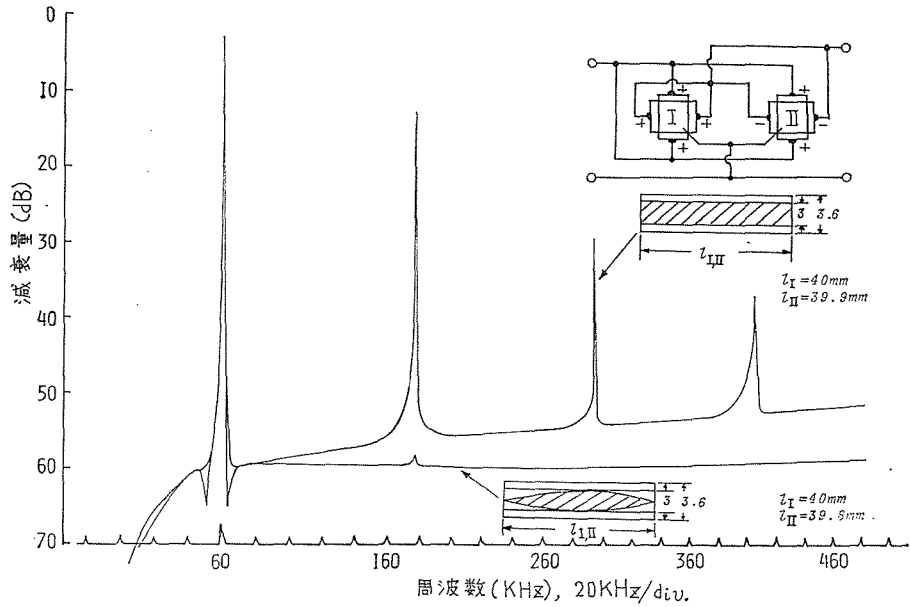


第12図 2つの音片の周波数特性

目下部：スプリアスモード抑圧形・縦振動音片の解析



第13図 周波数特性 (関数形電極形)



第14図 周波数特性

第12図は関数形電極形振動子 I, II の周波数特性の測定結果で、第11図のリアクタンス特性に対応する。

第13図および第14図は振動子 I, II を差動接続したフィルタの周波数特性で、第14図には従来使用されてきた均一幅電極形（全面電極形）の特性も示してある。すなわち、均一幅電極形の場合に検出される高次モードスプリアスは、関数形電極形の場合十分に抑圧されており、関数形電極はメカニカルフィルタのスプリアス抑圧対策として有効であることが実証されている。

なお、終端抵抗は関数形電極形の場合 351Ω 、均一幅電極形の場合 241Ω である。

6. むすび

以上、スプリアスモードを十分抑圧できる関数形電極構造の圧電セラミック接着・縦振動音片について、素地音片におよぼす圧電セラミックの影響も含めて解析し、等価回路定数や共振周波数、総合周波数温度係数など、この種音片に対する具体的な設計指針を与えた。

また、スプリアスモード抑圧形の縦振動音片を用いた差動接続形フィルタを構成してその試作結果も示し、スプリアス抑圧に対する関数形電極の有効性を明らかにした。

本文での解析と実験結果から、関数形電極縦振動音片の容量比は均一幅電極縦振動音片のそれより若干大きい、一方、関数形電極縦振動音片の無スプリアス特性が実証されたことにより、前報告で指摘した問題点が解決されたと云える。

この種の音片は無スプリアス振動子として、音片発振器やメカニカルフィルタに、今後益々使用されるであろう。終りに、御指導賜っている東北大学・柴山教授、山形大学・近野教授に感謝申し上げる。

なお、本研究の一部は電気関係学会東北支部大会で発表した⁽⁶⁾。

文 献

- (1) 田中：チタン酸バリウムとその応用，P. 148，オーム社（1955）
- (2) 近野：チタン酸バリウム駆動縦振動音片に関する研究，山形大紀要（工学），4，1，71（1956）
- (3) 日下部，近野他：電歪複合振動子を素子とした電気機械フィルタ，山形大紀要（工学），8，1，103（1964）
- (4) J. J. Vormer：Crystal-Plates Without Overtones，Proc. I. R. E.，39，1086（1951）
- (5) 日下部：圧電駆動縦振動音片の皮相共振周波数，電気関係学会東北支部連大，1 A 4（1977）
- (6) 阿部，田中他：高誘電率磁器の研究（XVIII），共振子としての BaTiO_3 磁器振動子。電気三学会関西支部連大3.3（1952）
- (7) 副島，小一原：差動接続形磁歪濾波器，信学誌，194，233（1939）
- (8) 日下部，近野他：差動接続形音片フィルタ，山形大紀要（工学），10，1，203（1968）

An Analysis of a Longitudinal Resonator for Suppression of Spurious Mode

Chiharu KUSAKABE

Section of Electrical Engineering, Faculty of Education

This paper deals with a theoretical analysis and some experimental results on the longitudinal resonator which is suitable for frequencies above 30KHz.

In order to suppress the unwanted flexural modes, the piezoelectric ceramics are bonded on four surfaces of the slender resonator with square cross sections; and the electrode of a piezoelectric ceramic is formed like a sinusoidal function for the longitudinal resonator to vibrate only in the wanted mode.

Here are discussed the equivalent circuit constants and the apparent resonant frequency of the resonator in due consideration of the impedance of the piezoelectric ceramics; and the results are compared with those of resonators with the normal electrode and the partial one. Furthermore, the response curves of a differential type mechanical filter consisting of the longitudinal resonators are shown.

These results show that the sine-shaped electrode is effective in suppressing spurious responses in the mechanical filter consisting of the longitudinal resonator.