

雪片の終末落下速度計算に関する一試み

鈴木道也・謝 国章・小野光弘

工学部電子工学科

(昭和62年8月17日受理)

A Study of the Calculation of Terminal Velocity of Falling Snowflakes

Michiya SUZUKI, Kou-chang HSIEH,
Mitsuhiro ONO

Department of Electronic Engineering, Faculty of Engineering

(Received August 17, 1987)

Abstract

The measured values of the terminal velocity of falling snowflake in relation to their radius and their density were given in the previous paper. However, the authors want to analyze the theoretical explanation to support these measured values of high density snowflake's velocity especially. From the aerodynamical view point, the falling velocity of snowflake is presumed to depend upon their size, shape and density. This paper shows that a new calculation is presented for solving falling velocity of high density snowflake. And it appears that these calculation results can be useful in helping to understand falling snowflake's terminal velocity.

1. はじめに

将来、およそ100GHz程度までの高い周波数帯の電波は、通信、リモートセンシング、近距離レーダなど多様な分野において利用が進展するものと予想される。

10GHz以上のセンチ波、準ミリ波と次第に波長が短くなってミリ波帯におよぶこれら周波数帯の特長は、大気伝搬において、降雨、大気分子によって減衰をうけるが、降雪によるものはいまだに不確定要素もあり不明瞭な点が多い。

従来、降雪空間内での電波減衰に関しては、通信等の立場から数km以上離れた2点での伝搬実験から、いわばマクロ的な観点での解析、検討がすすめられていた。しかし、上記のようにミリ波帯

での近距離伝搬を対象とした利用を考えると、ミクロ的な要素の検討もぜひ必要となってくる。なお、降雪粒子による落下速度値は、降雪強度と関連があり、電波減衰の推定に必要なパラメータである。

筆者らは、さきにカメラ2台を利用した、降雪粒子の大きさと落下速度の新観測法を開発して、それによって、とくにミゾレ、湿雪等の自然落下速度の実測データを報告した。¹⁾

本論文は、とくにミゾレ等の高密度降雪粒子の落下速度に関して、上記実測データをもとに、従来の計算法に再考察を加え、粉体工学的計算法を参考にして、新しい計算法を試みたところ、実測データにかなり近い計算結果がえられたので、と

りまとめ報告するものである。

2. 従来の実験式

孫野・中村は、観測小屋の屋根天井にあけられた60×60cmの孔を通して、自然落下する降雪粒子（以後雪片と呼びかえる）に対し、床面から高さ4 mの点から、雪片が床に到着するまでの時間をストップウォッチで計測したデータに対し、雪片の空気力学的理論検討から、次の実験式を提示した。²⁾

$$U = 880 \{(\rho_s - \rho_a) 2 \gamma_s\}^{1/2} (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}) \quad (1)$$

ただし、 ρ_s 、 ρ_a はそれぞれ雪と空気の密度 ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)、 γ_s は雪片の半径である。

なお、上記論文では、実測落下速度は雪片サイズよりも雪片密度に左右されること、式(1)は雪片密度に制約があって、 $0.05 \leq \rho_s \leq 0.3$ 程度以外に対しては、実測落下速度との適合性がよくないことをすでに指摘している。また、式(1)は雪片を球状粒子として取扱い、その空気力学的な計算にもとづいているが、実際には雪片形状はきわめて複雑であるので、乱流域では $C \cong 0.44$ とあるべき抵抗係数値を、 $C = 1.3$ に選び、とくに実測値への適合を意図して、近似実験式として処置されている。

3. 新しい計算の試み

筆者らは式(1)の原理論となっている、流体中における粉粒体の挙動理論と筆者らの実測データを中心とした再考察を行い、新しい計算を試みた。

降雪粒子のなかで、雪片という形態それ自身はきわめて複雑な形状と密度を具有しており、厳密な形状にもとづく解析は困難であることは言をまたない。

すでに、前掲の新観測法¹⁾にもとづき、雪片の形状観測³⁾、同長・短径比⁴⁾についても発表してきたが、これらのデータから、球状粒子の空間存在率は10～20%で、雪片の等価半径が増加するにつれて球状粒子の存在率は減少してくることが判明している。

そこで、前述のように、式(1)と同じく、理論的検討の手がかりとして、球状粒子として取扱って雪片を考えてみよう。

質量 m なる粒子の流体（空気）中での重量落下運動方程式は、一般に次式で示される。⁵⁾

$$m \frac{du}{dt} = \frac{m}{\rho_s} (\rho_s - \rho_a) g - C \cdot A \cdot \rho_a \frac{U^2}{2} \quad (2)$$

ただし、 U ：落下速度、 t ：時間、 ρ_s ：粒子（雪片）密度、 ρ_a ：流体（空気）密度、 C ：抵抗係数、 A ：粒子（雪片）の落下方向投影面積

いま、直径 D の球状粒子の場合は、 $m = \frac{\pi}{6} D^3 \rho_s$ 、 $A = \frac{\pi}{4} D^2$ であるから、加速度は

$$\frac{du}{dt} = \left(\frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_s} \right) g - \frac{3}{4} C \frac{\rho_a}{\rho_s} \frac{U^2}{D} \quad (3)$$

終末落下速度 U_m で等速落下する場合を考えると、 $du/dt = 0$ 、 $U = U_m$ となり、式(3)は次式にかわる。

$$U_m = \sqrt{\frac{4 g (\rho_s - \rho_a)}{3 \rho_a} \frac{D}{C}} \quad (4)$$

ここで、球状粒子の抵抗係数 C は、次式のレイノルズ数 Re で区分される3つの領域（層流域、中間域、乱流域）で算出式は異なってくる。

$$Re = DU \cdot \rho_a / \mu \quad (5)$$

ただし、 μ ：流体（空気）の粘性係数

$$\text{層流式} (10^{-4} < Re < 2) \quad C = 24 / Re \quad (6)$$

$$\text{中間域} (2 < Re < 500) \quad C = 10 / \sqrt{Re} \quad (7)$$

$$\text{乱流域} (500 < Re < 10^5) \quad C \cong 0.44 \quad (8)$$

なお、式(6)～(8)は前掲文献⁵⁾から引用した。

そこで、式(4)、(6)より、層流域では

$$U_m = \frac{g(\rho_s - \rho_a)}{18\mu} D^2 \quad (9)$$

式(4)、(7)より中間域では

$$U_m = \left\{ \frac{4}{225} \cdot \frac{g^2 (\rho_s - \rho_a)^2}{\rho_a \mu} \right\}^{1/3} \cdot D \quad (10)$$

式(4)、(8)より、乱流域では

$$U_m = \sqrt{\frac{3.03 g (\rho_s - \rho_a)}{\rho_a} \cdot D} \quad (11)$$

しかし、式(6)、(7)、(8)から明らかなように、抵抗係数 C 自身がレイノルズ数 Re すなわち落下速

度 U_m の関数であるから、このままでは物性値 ρ_s , ρ_a , D , μ から直接 U_m を計算することはできない。すなわち、層流、中間、乱流各域のいずれに属するかをレイノルズ数をもとに判定して、それに応じて式(6), (7), (8)を選択しなければ計算をすすめることができない。いいかえれば式(5)で明らかにように、そのレイノルズ数 Re は、終末落下速度 U_m が不明では求められず、 U_m を求めるのにはレイノルズ数 Re が必要となり、試行錯誤をくりかえすことになる。

そこで、筆者らは、3つの領域に関係なく、物性値から試行錯誤を経ないで、終末落下速度を求められる次の新しい計算法を試みた。

式(4)を C について整理すれば、

$$C = \frac{4g(\rho_s - \rho_a)D}{3\rho_a U_m^2} \quad (12)$$

式(12)の両辺に、 U_m におけるレイノルズ数 ($Re_m = \frac{DU_m\rho_a}{\mu}$) の2乗をかけて、 U_m を消去すれば

$$CRe_m^2 = \left\{ \frac{4g(\rho_s - \rho_a)\rho_a}{3\mu^2} \right\} D^3 \quad (13)$$

式(13)の右辺は、物性値だけで計算できるので CRe_m^2 の値は求まる。

ところで、前掲レイノルズ数 (式(5)) を、式(12)で割って整理すると次式がえられる。

$$U_m = \left(\frac{4g}{3} \right)^{1/3} \left[\frac{\mu^{1/3}(\rho_s - \rho_a)^{1/3}}{\rho_a^{2/3}} \right] \left(\frac{Re}{C} \right)^{1/3} \quad (14)$$

この式を用いれば、 Re/C と物性値から終末落下速度 U_m が直接計算できる。すなわち、物性値のみから式(13)で CRe_m^2 を求め、これから実験式を用いて Re/C を求めれば式(14)から計算できるわけである。

上記の説述はすべて粒子形状は球状としてあるが、雪片の場合は、おおむね球状からずれている粒子が多い。従って球状からの形状補正的な考え方を導入することが必要となる。

ところで、粉体工学的取扱いでは、粒子の形状補正 (粒子球形度) が検討されており、図1にみるように、球形度 ψ が0.220 (粒子表面積が同一体積の球の表面積の約4.5倍あるような凹凸をもつ粒

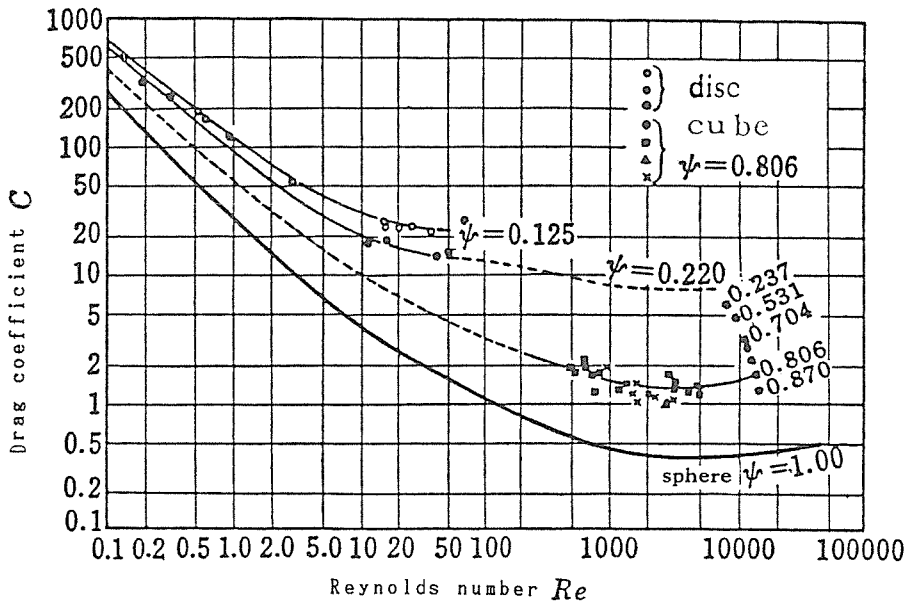


Fig. 1 Reynolds number Re versus drag coefficient C according to parameter of particle's sphericity

子)の場合は、乱流域では、抵抗係数 $C \cong 10$ となっている。⁵⁾

CR_e^2 と Re/C との関係は、前掲図1から最小自乗法により多項式近似を行えば、

(a)球形粒子(球形度 $\psi=1.00$)の場合

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{Re}{C} \right) = & -4.11408 + 2.2113 \log (CR_e^2) \\ & -0.212086 \log (CR_e^2)^2 \\ & + 8.96867 \times 10^{-3} \log (CR_e^2)^3 \end{aligned} \quad (15)$$

(b)非球形粒子(球形度 $\psi=0.220$)の場合

$$\begin{aligned} \log \left(\frac{Re}{C} \right) = & -5.33179 + 2.15435 \log (CR_e^2) \\ & -0.24186 \log (CR_e^2)^2 \\ & + 0.0120284 \log (CR_e^2)^3 \end{aligned} \quad (16)$$

これら、式(15)、(16)による計算結果と図1から読みとったデータとを比較して図2に示す。

球状粒子とした場合は、式(12)、(14)、(15)によって、雪片半径 $\gamma_s (= D/2)$ と終末落下速度 U_m との関

係は図3で示され、非球形粒子($\psi=0.220$)の場合は、式(12)、(14)、(16)によって、同様な関係は図4に示される。ともにパラメータとしての雪片密度は $\rho_s=0.01 \sim 1 \text{ g cm}^{-3}$ の場合について計算したものである。

非球形粒子に関する計算は球形度 $\psi=0.220$ のものについてのみなされたもので、球形度がこれより離れたものについては、図1よりその ψ についての Re と C を読みとり、最小自乗法などで、式(15)、(16)にかわる近似式を新たに求めておく必要があることは言をまたない。

図3、図4を比較してみると、球形粒子と非球形粒子では、終末落下速度 U_m にかなりの差異が生じてくることは、本計算により明瞭となった。また、図5はこれまで雨滴および雪片についての諸観測値(観測方法はちがいがあ)をまとめたものであるが、ミゾレ等の湿雪については確かなデータが欠けている。ただし、提示されている推測曲線に対しては、球形粒子の存在率の高い雨滴と非球形粒子の存在率の高い雪片との差異の傾向が、

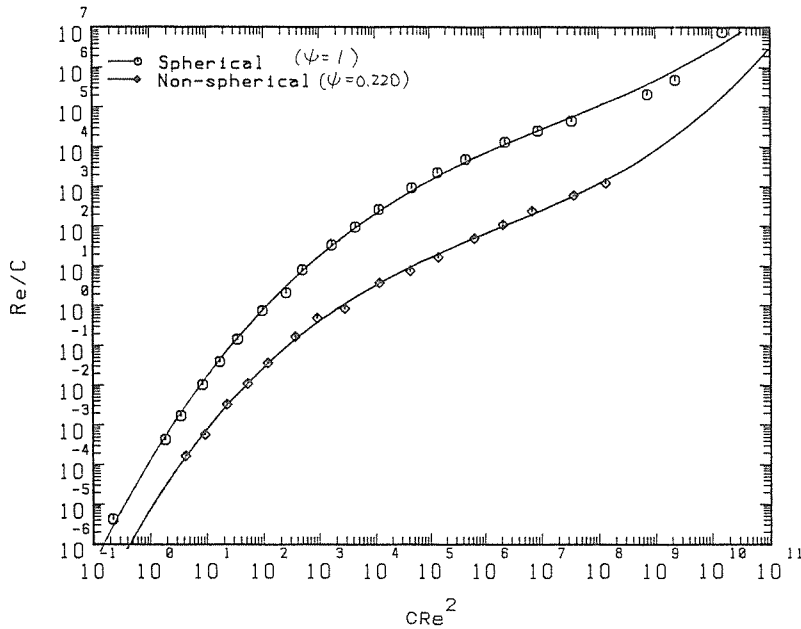


Fig. 2 Comparison of the experimental formulas on spherical and non-spherical particles

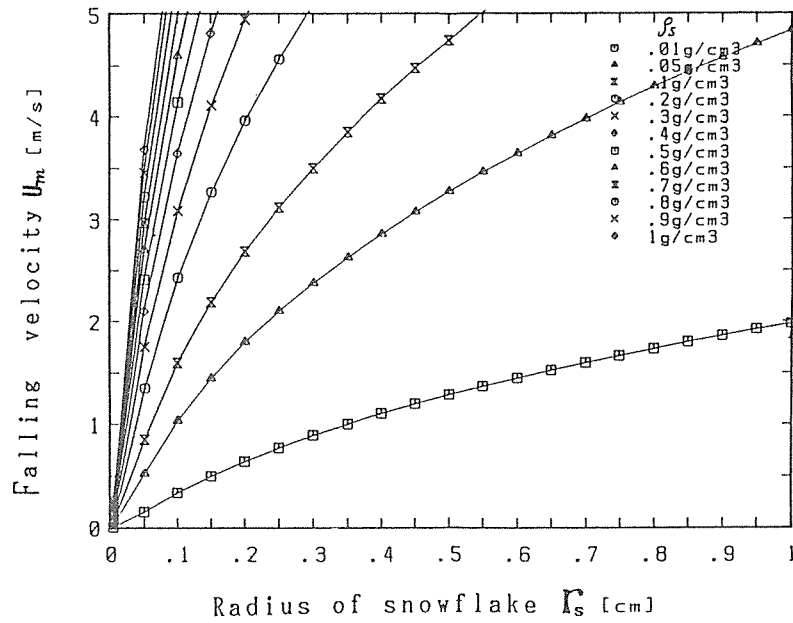


Fig. 3 Relation between snowflake's falling velocity and effective radius of snowflake (spherical particle case)

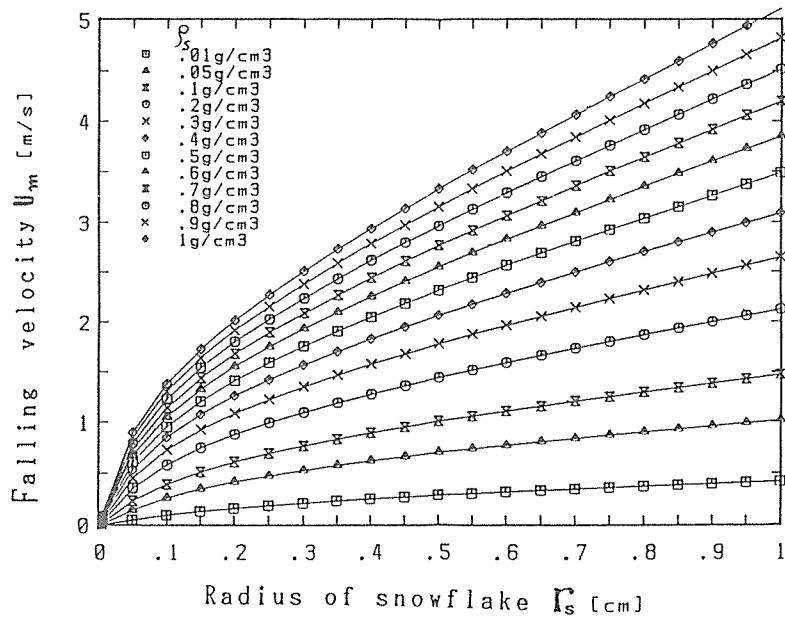


Fig. 4 Relation between snowflake's falling velocity and effective radius of snowflake (non-spherical particle case)

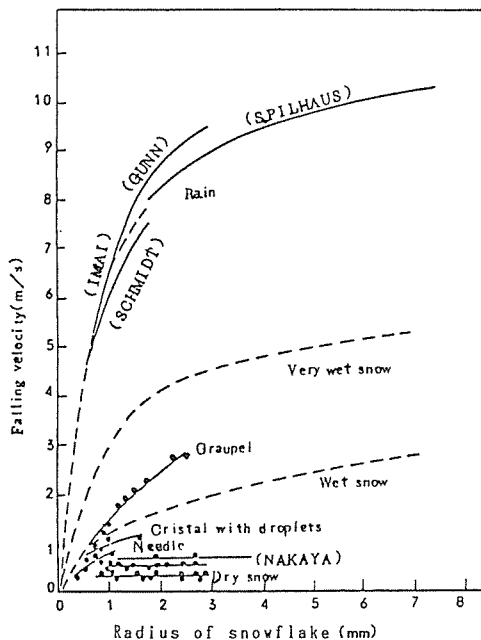


Fig. 5 Various measured values on falling velocities of raindrops and snowflakes

本計算結果により、かなりよく説明できる可能性を見出したといえよう。

これらの考え方により、新しく誘導した計算式を用い乱流域での C 値を10程度に選び、ミゾレ雪片(密度 $0.21, 0.59 \text{ g cm}^{-3}$)の実測落下速度に対しかなり近い計算曲線がえられることも判明した。⁷⁾

6. おわりに

ミゾレのような高密度粒子とみなせる雪片の終末落下速度については、適合性の少なかった従来の実験式を再考察し、雪片密度に関して特別な制限範囲を設けることなく適用できる新しい計算方法を開発して計算をすすめた。その結果、ミゾレ降雪粒子について実測された終末落下速度に対しても、実測値と比較的近い計算曲線をうることができた。

また、球形、非球形粒子に対する終末落下速度の検討を加え、たとえば降雪粒子の落下中の写真から粒子球形度(表面積を定量的に表現することは困難と思われるので、2次元の円形で代換えできるような)に相当するものが将来計測できれば、これらをもとにして抵抗係数 C を定めてゆけば、より実際的なものに近づくと考えられる。

雪片の大きさと落下速度についての新観察法にもとづく、実測と電波減衰計算に努力された、院生塚脇智博、仲川栄一、学生若月貞昭、海老原英明、秋場寿広、高田裕之、亀卦川義史の諸君に対し、落下速度計算に際し粉体工学的考察をもとに検討していただいた姫路工大鈴木道隆君にあわせて深謝申しあげる。

文 献

- 1) 鈴木, 謝, 海老原, 秋場: 雪氷誌 43, 1 (1981)
- 2) 孫野, 中村: J. Meteo. Soc. Jap., 43, 139 (1965)
- 3) 鈴木, 謝, 仲川, 亀卦川: 電気支部連大, 2 F 11 (1983)
- 4) 鈴木, 謝, 仲川: 信学総全大, 679 (1983)
- 5) 三輪: 粉体工学通論(日刊工業, 1984)
- 6) 松本, 西辻, 平山, 羽鳥: 通研成果報告, 4098, 9 (1968)
- 7) 鈴木, 謝, 小野, 鈴木: 電気支部連大, 2 B 2 (1987)