

圧電振動子の応用研究：円形圧電振動子の振動特性

鈴木 勝 義*・井 坂 秀 治**・鈴木 健 一***

山形大学教授大学院理工学研究科*・山形大学助教大学院理工学研究科**・山形大学技術専門職員***

Research on Application of Piezoelectric Vibrator : Vibration Characteristics of Circular Piezoelectric Vibrator

Katsuyoshi SUZUKI, Hideharu ISAKA and Kenichi SUZUKI

** Professor, **Assistant Professor, *** Technical Officials, Graduate School of Science and Engineering ,
Yamagata University*

Abstract

Piezoelectric vibrators have been widely used in such devices as ultrasonic motors, piezoelectric pumps, piezoelectric speakers, micro machines and so on. For piezoelectric speakers and pumps, two types of vibrators, bimorph and unimorph vibrators are used.

In this report, for improving the productivity and the performance of vibrators, the vibrations of bimorph and unimorph circular piezoelectric vibrators are analyzed theoretically, and their vibration characteristics are discussed by comparing the analytical results.

1. はじめに

圧電セラミックス振動子は超音波モーター、マイクロマシン、圧電ポンプ、圧電スピーカなどにおける機械、電気音響振動子としての応用が盛んになっている。構造が極めてシンプルで小型・軽量化に適すること、消費電力が少なく済むことなどが大きなメリットである。特に、圧電スピーカは、中・高音域での音声再生能力に優れ、高騒音下でも音声明瞭度が高いなどの長所を有する。このためこれまで多くの研究が報告されている^{(1)~(3)}。また圧電ポンプでは、流量の高精度微量コントロールが容易なため、各種機械や機器の気体や液体を供給するマイクロポンプとしての用途が期待されている^{(4)~(7)}。圧電スピーカや圧電ポンプに使用される圧電振動子にはユニモルフタイプとバイモルフタイプがある。ユニモルフタイプは、金属円板の片面に圧電セラミックスを貼り合わせたものであり、バイモルフタイプは金属円板の両

面に圧電セラミックスを貼り合わせたものである（図1，2）。図3(a)は圧電ポンプに使用している振動子、図3(b)は圧電スピーカに使用している振動子の写真である。圧電セラミックスは交流電圧を印加すると伸縮するので、金属円板には曲げモーメントが励起され、曲げ振動（屈曲振動）が発生する。この曲げモーメントの大きさは、印加される電圧の大きさ、セラミックスのヤング率、圧電ひずみ定数ばかりでなく、セラミックスや金属円板の厚さによっても変化する。従ってユニモルフタイプとバイモルフタイプでも励起される曲げモーメント、曲げ振動の大きさは変化する。又ユニモルフタイプでは、上下非対称構造であり、曲げの中立軸（中立面）は中心面と一致しない。この中心面と中立軸のずれが圧電振動子の振動数や振動モードに影響を与えポンプやスピーカの性能に影響を及ぼすことが予想される。最近圧電ポンプの生産性や性能向上、コスト低減の観点から

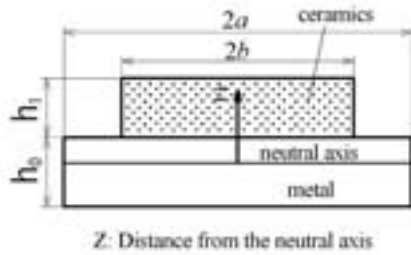


Fig.1 Unimorph type piezoelectric vibrator

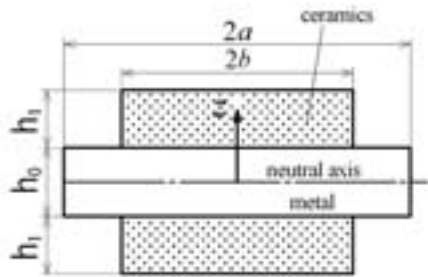


Fig.2 Bimorph type piezoelectric vibrator

これらの点を説明することが強く求められている。このような状況に鑑み、本報ではユニモルフタイプとバイモルフタイプの円形圧電振動子の振動特性（固有振動数、変位一周波数応答）を理論的に解析し、その特性について考察する。

2. 理論解析

2. 1 ユニモルフタイプ振動子とバイモルフタイプ振動子の中立軸の決定

圧電振動子の曲げ振動を解析する上で、幾つかの仮定（変形の仮定には、キルヒホッフ・ラブの仮定を導入）を設ける。

- (1) 変形は微小とし、微小変形理論（線形理論）を適用する。
- (2) 厚み方向変位 w は横断面内で一定である。
- (3) 面外せん断変形は無視する。
- (4) 変形前に平面であった横断面は変形後も平面を保つ。
- (5) 横断面は中立軸まわりに回転する。
- (6) セラミックスと金属円板のポアソン比は近似的に等しいとする。

2. 1. 1 ユニモルフタイプ

記号：

r, θ, z ：半径方向，周方向，厚み方向座標

u, v, w ： r, θ, z 方向変位

a, b ：金属円板及びセラミックス円板の外半径



(a) Vibrator for pump



(b) Vibrator for speaker

Fig.3 Vibrator

h_0, h_1 ：金属円板の厚さ，セラミックス円板の厚さ
 z_0 ：セラミックス円板と金属円板の境界面と中立面との距離

ν ：金属円板及びセラミックス円板のポアソン比
 薄肉積層円板を仮定して面外せん断変形を無視し、横断面は中立軸周りに回転するものとするれば、円板の半径方向および周方向変位 u, v は次式で表される¹⁸⁾。

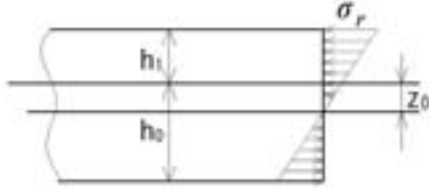
$$\begin{aligned} u &= -z \frac{\partial w}{\partial r} \\ v &= -z \frac{\partial w}{r \partial \theta} \end{aligned} \quad (1)$$

r, θ 方向の垂直ひずみ $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ および面内せん断ひずみ $\varepsilon_{r\theta}$ は

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = -\frac{z}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} = -2z \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \quad (2)$$


 Fig.4 Stress distribution (σ_r)

平面応力を仮定し、応力とひずみの関係は2次元のフックの法則に従うものとする、任意点の垂直応力 σ_r 、 σ_θ せん断応力 $\sigma_{r\theta}$ は

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_\theta) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_r) = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left[\nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right]$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{E}{2(1+\nu)} \varepsilon_{r\theta} = -\frac{E}{(1+\nu)} z \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \quad (3)$$

ここに、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比を表す。式(3)を考慮すると、 σ_r 、 σ_θ 、 $\sigma_{r\theta}$ は E 、 z に比例し、 σ_r の横断面における応力分布は図4のようになる (σ_θ も同様)。

そこで次のようにおく。

$$\sigma_r = \lambda Ez \quad (4)$$

ここに λ は定数である。横断面全体では 合応力 = 0 であるので、周方向の単位幅で考えた場合、

$$\int_A \sigma_r dA = 0 \quad \text{より}$$

$$\lambda E_1 \int_{z_0}^{z_0+h_1} z dz + \lambda E_0 \int_{-(h_0+z_0)}^{z_0} z dz = 0 \quad (5)$$

式(5)より中立軸の位置 z_0 は

$$z_0 = \frac{E_0 h_0^2 - E_1 h_1^2}{2(E_0 h_0 + E_1 h_1)} = h_0 \Phi_1(\beta_1, \beta_2) \quad (6)$$

$$\Phi_1(\beta_1, \beta_2) = \frac{1 - \beta_1 \beta_2^2}{2(1 + \beta_1 \beta_2)} \quad (7)$$

ここに、 E_0 、 E_1 は金属円板およびセラミックス円板のヤング率であり、 β_1 、 β_2 は

$$\beta_1 = \frac{E_1}{E_0}, \quad \beta_2 = \frac{h_1}{h_0} \quad (8)$$

2. 1. 2 バイモルフタイプ

金属円板の両面に圧電セラミックスを上下対称形に積層する場合、中立軸の位置を決定する式は

$$\lambda E_1 \left[\int_{z_0}^{z_0+h_1} z dz + \int_{-(h_0+z_0)}^{-(h_0+h_1-z_0)} z dz \right] + \lambda E_0 \int_{-(h_0+z_0)}^{z_0} z dz = 0 \quad (9)$$

式(9)より

$$\lambda \left(z_0 - \frac{h_0}{2} \right) (E_0 h_0 + 2E_1 h_1) = 0$$

故に

$$z_0 = \frac{h_0}{2} \quad (10)$$

従って、バイモルフタイプの場合は、曲げの中立面は金属円板の中央面に一致することがわかる。

2. 2 圧電セラミックスの伸縮によって発生する中立軸まわりの強制曲げモーメント

2. 2. 1 ユニモルフタイプ

印加電圧を V とすると、圧電効果によって圧電セラミックス円板の外周に発生する応力 σ_r^* は⁹⁾

$$\sigma_r^* = E_1 d_{31} V / h_1 \quad (11)$$

従って金属円板の中立軸に関する強制曲げモーメント M^* は (単位幅あたり)

$$M^* = \int_{z_0}^{z_0+h_1} \sigma_r^* z dz = \sigma_r^* h_1 \left(z_0 + \frac{h_1}{2} \right) \quad (12)$$

式(6)の z_0 を式(12)に代入すると、

$$M^* = E_1 d_{31} V \left(z_0 + \frac{h_1}{2} \right)$$

$$= E_1 d_{31} V \frac{(h_0 + h_1) E_0 h_0}{2(E_0 h_0 + E_1 h_1)}$$

$$= E_1 d_{31} V h_0 (1 + \beta_2) \Phi_2(\beta_1, \beta_2) \quad (13)$$

$$\Phi_2(\beta_1, \beta_2) = 1/2(1 + \beta_1 \beta_2) \quad (14)$$

ここに、 E_1 、 d_{31} はそれぞれセラミックスのヤング率、圧電ひずみ定数を表す。

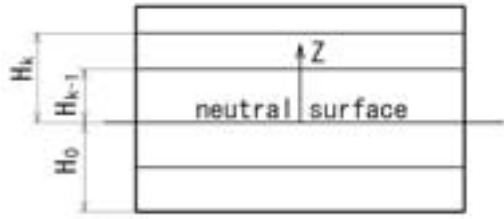


Fig.5 The z-coordinate for analysis of laminated circular plate

2. 2. 2 バイモルフタイプ

金属円板の両面に同じ形状の圧電セラミックスを貼り合わせた場合、上下対称形なので

$$\begin{aligned} M^* &= 2 \int_{z_0}^{z_0+h_1} \sigma_r^* z dz = \sigma_r^* h_1 (h_0 + h_1) \\ &= E_1 d_{31} V h_0 (1 + \beta_2) \end{aligned} \quad (15)$$

2. 3 圧電振動子（積層円板）の運動方程式

はじめに積層円板の一般式を考える。各層の接合面にはすべりが無く、また各層の横変位（曲げ変位）は共に等しく $w(r, \theta, t)$ とする（図5）。

運動方程式は^{(10), (18)}

$$\frac{\gamma}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \nabla^4 w = 0 \quad (16)$$

境界条件式は $r = r_1, r_2$ で

$$T_1 \delta w = M_r \delta \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0 \quad (17)$$

ここに、

$$D = \sum_{k=1}^N \frac{E_k (H_k^3 - H_{k-1}^3)}{3(1-\nu^2)} \quad , \quad \gamma = \sum_{k=1}^N \rho_k (H_k - H_{k-1}) \quad (18)$$

$$\nabla^4 w = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)$$

$$T_1 = -D \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 w) + \frac{1-\nu}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) \right\} \right]$$

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \quad (19)$$

T_1 は合成せん断力、 M_r は曲げモーメントを表す。

2. 3. 1 曲げ合成Dと質量 γ の計算（ユニモルフタイプ）

図1に示す圧電振動子の場合、式(18)で、 $N \Rightarrow 2$, $E_1 \Rightarrow E_0$, $E_2 \Rightarrow E_1$, $H_1 \Rightarrow Z_0$, $H_2 \Rightarrow Z_0 + h_1$, $H_0 \Rightarrow -(h_0 - Z_0)$, $\rho_1 \Rightarrow \rho_0$, $\rho_2 \Rightarrow \rho_1$ となる。従ってD, γ は

$$D = D_0 + D_1 \quad , \quad \gamma = \rho_0 h_0 + \rho_1 h_1 \quad (20)$$

ここに、

$$D_0 = \frac{E_0 h_0^3}{12(1-\nu^2)} \Phi_3(\beta_1, \beta_2), \quad D_1 = \frac{E_1 h_0^3}{12(1-\nu^2)} \Phi_4(\beta_1, \beta_2) \quad (21)$$

$$\Phi_3(\beta_1, \beta_2) = 4 - 6 \frac{1 - \beta_1 \beta_2^2}{1 + \beta_1 \beta_2} + 3 \frac{(1 - \beta_1 \beta_2^2)^2}{(1 + \beta_1 \beta_2)^2}$$

$$\Phi_4(\beta_1, \beta_2) = 4\beta_2^3 + 6\beta_2^2 \frac{1 - \beta_1 \beta_2^2}{1 + \beta_1 \beta_2} + 3\beta_2 \frac{(1 - \beta_1 \beta_2^2)^2}{(1 + \beta_1 \beta_2)^2} \quad (22)$$

2. 3. 2 曲げ合成Dと質量 γ の計算（バイモルフタイプ）

図2に示す圧電振動子の場合、式(18)で、 $N \Rightarrow 3$, $E_2 \Rightarrow E_0$, $E_3 \Rightarrow E_1$, $\rho_2 \Rightarrow \rho_0$, $\rho_3 \Rightarrow \rho_1$ となる。また

$$H_0 = -(h_0 + h_1 - z_0) = -\left(\frac{h_0}{2} + h_1 \right)$$

$$H_1 = -(h_0 - z_0) = -\frac{h_0}{2},$$

$$H_2 = z_0 = \frac{h_0}{2}, \quad H_3 = z_0 + h_1 = \frac{h_0}{2} + h_1$$

従ってD, γ は

$$D = D_2 + D_3, \quad \gamma = \rho_0 h_0 + 2\rho_1 h_1 \quad (23)$$

ここに

$$D_2 = \frac{E_0 h_0^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$D_3 = \frac{E_1 h_0^3}{12(1-\nu^2)} \Phi_5(\beta_1, \beta_2) \quad (24)$$

$$\Phi_5 = 2(4\beta_2^3 + 6\beta_2^2 + 3\beta_2) \quad (25)$$

2. 4 運動方程式の解

圧電振動子の構造（図1，2）を考えると，セラミックスの貼り合わされた部分は積層円板，その周囲は穴あき単層円板と考えるのが普通である．ここでは積層円板部の解について考える．

次のようにおく．

$$w = w^{(1)}(r, \theta, t) = W_n^{(1)}(r) \cos n\theta e^{j\omega t} \quad (26)$$

ここに， n は節直径の数， ω は円振動数を表す．このとき，式(16)の解は¹⁸⁾

$$W_n^{(1)}(r) = A_n^{(1)} J_n(kr) + B_n^{(1)} I_n(kr) \quad (27)$$

ここに， $A_n^{(1)}$ ， $B_n^{(1)}$ は任意定数， J_n ， I_n はベッセル関数を表す．また D ， γ を式(20)あるいは式(23)の曲げ剛性及び質量として

$$k^4 = \gamma \omega^2 / D \quad (28)$$

さらに， $\xi = r/a$ ， $\alpha = ka$ (29)

とおくと， $W_n^{(1)}$ 及び式(9)の T_l ， M_r は

$$W_n^{(1)}(\alpha\xi) = A_n^{(1)} J_n(\alpha\xi) + B_n^{(1)} I_n(\alpha\xi) \quad (30)$$

$$T_l = -\frac{D}{a^3} T_{ln}^{(1)} \cos n\theta e^{j\omega t}$$

$$M_r = -\frac{D}{a^2} M_{rn}^{(1)} \cos n\theta e^{j\omega t} \quad (31)$$

ここに，

$$T_{ln}^{(1)} = \frac{d}{d\xi} \left(\nabla_n^2 W_n^{(1)} \right) - n^2 (1-\nu) \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{W_n^{(1)}}{\xi} \right),$$

$$M_{rn}^{(1)} = \frac{d^2 W_n^{(1)}}{d\xi^2} + \nu \left(\frac{1}{\xi} \frac{dW_n^{(1)}}{d\xi} - \frac{n^2}{\xi^2} W_n^{(1)} \right),$$

$$\nabla_n^2 = \frac{d^2}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} - \frac{n^2}{\xi^2} \quad (32)$$

3. 数値例と考察

ここでは，圧電セラミックス円板と金属円板の外形が等しい3層円板型振動子について考えることとする（図6）．

3. 1 中立面の位置

表1の Φ_1 (β_1 ， β_2) は， $E_0 = 103 \times 10^9 \text{ Pa}$ ，

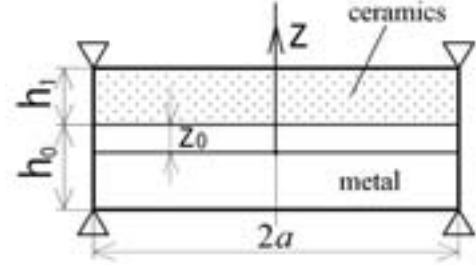


Fig.6 Analytical model

Table 1 Position of the neutral axis and the magnitude of bending moment

β_2	Φ_1	Φ_2
0.1	0.468	0.471
0.2	0.434	0.445
0.3	0.398	0.422
0.4	0.361	0.401
0.5	0.323	0.382
0.6	0.283	0.364
0.7	0.243	0.349
0.8	0.202	0.334
0.9	0.160	0.321
1.0	0.117	0.309
1.1	0.074	0.297
1.2	0.030	0.287

$$z_0 = h_0 \Phi_1$$

$$M^* = E_1 d_{31} V (h_0 + h_1) \Phi_2$$

$E_1 = 64 \times 10^9 \text{ Pa}$ ， $\beta_1 = E_1 / E_0 = 0.62$ として，式(7)より求めた z_0 / h_0 の値である．

表より $\beta_2 (= h_1 / h_0)$ の値が0.1から1.2へと大きくなるにつれて，すなわちセラミックス円板の厚さが金属円板の厚さに近づくにつれて，中立面の位置は金属円板の中央面からセラミックス円板と金属円板の接合面に近づいていくことがわかる．

3. 2 発生する駆動曲げモーメントの大きさ

ユニモルフタイプの圧電振動子の場合，発生する曲げモーメントは式(3)で表される．表1の Φ_2 (β_1 ， β_2) はバイモルフタイプ圧電振動子の駆動曲げモーメントの大きさとの割合を示す．表1の値から分かるように， β_2 の値が0.1から1.2と大きくなるにつれて，ユニモルフタイプの曲げモーメントはバイモルフタイプの約50%から30%に減少する．

Table 2 Values of $\alpha^2(\alpha)$

B. C		n: nodal diameter, S: nodal circle		
		0	1	2
Clamped	S=0	10.215 (3.196)	21.260 (4.610)	34.877 (5.905)
	S=1	39.771 (6.306)	60.828 (7.799)	84.582 (9.196)
	S=2	89.104 (9.439)	120.079 (10.958)	153.815 (12.402)
Simply Supportal	S=0	4.935 (2.221)	13.898 (3.728)	25.613 (5.060)
	S=1	29.720 (5.451)	48.478 (6.962)	70.117 (8.373)
	S=2	74.156 (8.611)	102.773 (10.137)	134.297 (11.588)

$\nu=0.3$ (): value of α

3. 3 固有振動数

2. 3～2. 4節の議論から明らかなように、ユニモルフタイプとバイモルフタイプの圧電振動子では、曲げ剛性D、質量 γ 及び無次元振動数 α の定義は異なるが、運動方程式、運動方程式の解及び振動数方程式は形式的には全く同一な式となる。運動方程式の解は式(30)～式(32)で表される。従って、以下のように統一的な議論を行うことができる。

(i) 外周固定の場合

境界条件は、 $\xi = 1$ で、 $w = \partial w / \partial \xi = 0$ 、すなわち

$$\begin{bmatrix} J_n(\alpha) & I_n(\alpha) \\ J_n'(\alpha) & I_n'(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = 0 \quad (33)$$

これより振動数方程式は

$$J_n(\alpha)I_n'(\alpha) - I_n(\alpha)J_n'(\alpha) = 0 \quad (34)$$

あるいは

$$J_n(\alpha)I_{n+1}(\alpha) + I_n(\alpha)J_{n+1}(\alpha) = 0 \quad (35)$$

(ii) 外周支持の場合

境界条件は $\xi = 1$ で $w = M_r = 0$ 、すなわち

$$\begin{bmatrix} J_n(\alpha) & I_n(\alpha) \\ J_n''(\alpha) + \frac{\nu}{\alpha} J_n'(\alpha) & I_n''(\alpha) + \frac{\nu}{\alpha} I_n'(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} = 0 \quad (36)$$

振動数方程式は

$$J_n(\alpha) \left[I_n''(\alpha) + \frac{\nu}{\alpha} I_n'(\alpha) \right] - I_n(\alpha) \left[J_n''(\alpha) + \frac{\nu}{\alpha} J_n'(\alpha) \right] = 0 \quad (37)$$

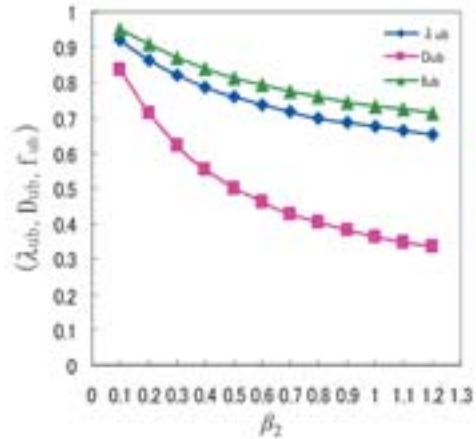


Fig.7 Variations of ratios of mass, bending rigidity and natural frequency for β_2

あるいは

$$\frac{J_{n+1}(\alpha)}{J_n(\alpha)} + \frac{I_{n+1}(\alpha)}{I_n(\alpha)} = \frac{2\alpha}{1-\nu} \quad (38)$$

式(35)、式(38)の一連の解は表2に示す。

次に、同じ無次元振動数 α^4 に対して、ユニモルフタイプとバイモルフタイプ振動子の自然振動数について比較してみる。 f_u , f_b をユニモルフ及びバイモルフタイプ振動子の自然振動数とすると、式(29)より

$$f_u / f_b = f_{ub} = \sqrt{D_{ub} / \lambda_{ub}} \quad (39)$$

ここに

$$\lambda_{ub} = \frac{\rho_0 h_0 + \rho_1 h_1}{\rho_0 h_0 + 2\rho_1 h_1} = \frac{1 + \delta\beta_2}{1 + 2\delta\beta_2}, \quad \delta = \rho_1 / \rho_0$$

$$D_{ub} = \frac{D_0 + D_1}{D_2 + D_3} = \frac{\Phi_3 + \beta_1 \Phi_4}{1 + \beta_1 \Phi_5} \quad (40)$$

λ_{ub} , D_{ub} はユニモルフ振動子とバイモルフ振動子の質量比及び曲げ剛性比を表す。

図7に β_2 に対する質量比、曲げ剛性比及び自然振動数比を示す。 β_2 の増加に伴い、いずれも減少する傾向が見られる。

3. 4 定常応答（非減衰系）

振動子の外周が単純支持された場合について考える(図6)。圧電セラミックスに交流電圧 $V = V_0 e^{j\omega t}$ を印加すると、セラミックス円板の外周($\xi = 1$)に励起される曲げモーメント M^* は式(3)あるいは式(15)より

$$M^* = M_0^* e^{j\omega t} \quad (41)$$

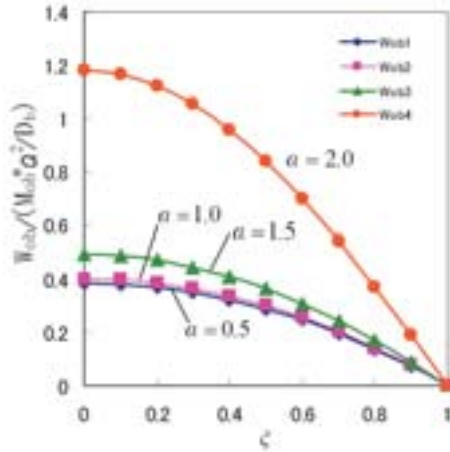


Fig.8 Displacement distribution in the bimorph type piezoelectric vibrator

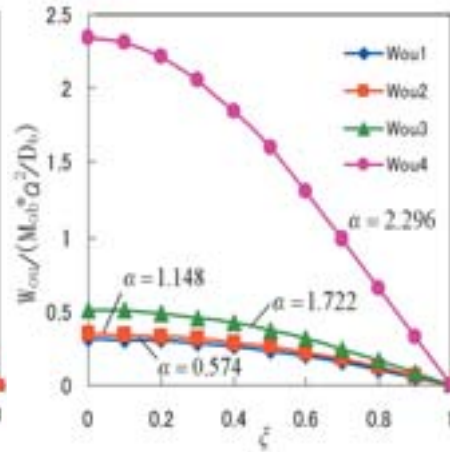


Fig.9 Displacement distribution in the unimorph type piezoelectric vibrator

 Table 3 Values of α_u/α_b for various β_2

β_2	α_u/α_b
0.1	1.025
0.2	1.049
0.3	1.072
0.4	1.092
0.5	1.109
0.6	1.124
0.7	1.137
0.8	1.148
0.9	1.158
1.0	1.167
1.1	1.175
1.2	1.183

ユニモルフの場合は,

$$M_0^* = E_1 d_{31} V h_0 \frac{1 + \beta_2}{2(1 + \beta_1 \beta_2)} \quad (42)$$

また ω は強制曲げモーメントの円振動数である。定常解は軸対称振動を考えると

$$w = W_0 e^{j\omega t}$$

$$M_r = -\frac{D}{a^2} M_{r0} e^{j\omega t} \quad (43)$$

ここに

$$W_0 = A_0 J_0(a\xi) + B_0 I_0(a\xi)$$

$$M_{r0} = \frac{d^2 W_0}{d\xi^2} + \frac{\nu}{\xi} \frac{dW_0}{d\xi} \quad (44)$$

境界条件は $\xi = 1$ で

$$w = 0, \quad M_r + M^* = 0 \quad (45)$$

式(45)に式(41)～式(43)を代入すると,

$$\frac{W_0}{M_0^* a^2} = f(a\xi)$$

$$\frac{D}{D} \quad (46)$$

ここに

$$f(a\xi) = \frac{[-I_0(a)J_0(a\xi) + J_0(a)I_0(a\xi)]}{a^2 \Delta(a)}$$

$$\Delta(a) = 2J_0 I_0 + \frac{\nu-1}{a} (J_0 I_1 + J_1 I_0) \quad (47)$$

図8は、 α ($=\alpha_b$) = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 の場合のバイモルフ振動子の中心 ($\xi = 0$) から外周 ($\xi = 1$) までの変位曲線を示す。縦軸は無次元変位 $W_{ob}/(M_{ob}^* a^2/D_b)$ を示す。なお、 $D_b = D_2 + D_3$, $M_{ob}^* = E_1 d_{31} V h_0 (1 + \beta_2)$ である。周辺支持条件での一次の共振点 ($n = 0$) は、 $\alpha = \alpha_b = 2.221$ 、二次は 5.451 (表2 参照) であり、共振点に近い $\alpha_b = 2$ の変位は他の α_b の変位にくらべて大分大きな値となっている。同じ自然振動数を考えるとすると、ユニモルフとバイモルフの場合の無次元振動数 α_u と α_b には次の関係がある。

$$\frac{\alpha_u}{\alpha_b} = \sqrt[4]{\frac{\gamma_u \omega^2}{D_u} \cdot \frac{D_b}{\gamma_b \omega^2}} = \sqrt[4]{\frac{1 + \delta \beta_2}{1 + 2\delta \beta_2} \cdot \frac{1 + \beta_1 \Phi_5}{\Phi_3 + \beta_1 \Phi_4}} \quad (48)$$

表3に β_2 と (α_u/α_b) の関係を示す。例えば $\beta_2 = 0.8$ の場合、 $\alpha_b = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ に対する α_u の値は 0.574, 1.148, 1.722, 2.296 である。

図9は、これらの無次元振動数に対するユニモルフ振動子の変位曲線を示す。縦軸はバイモルフとの比較のため、同じ無次元変位で示す。なお、

$$W_{ou}/(M_{ob}^* a^2/D_b) = \frac{M_{ou}^* D_b}{M_{ob}^* D_u} f(\alpha_u \cdot \xi)$$

$$= \frac{\Phi_2(1 + \beta_1 \Phi_5)}{(\Phi_3 + \beta_1 \Phi_4)} \cdot f(\alpha_u \cdot \xi) \quad (49)$$

図9を図8と比較すると、 $\alpha = 0.574, 1.148$ の場合は、バイモルフ振動子の変位はユニモルフ振動子の変位より大きい。が、 $\alpha = 1.722$ になると変位の大きさは逆転する。共振に近い $\alpha = 2.296$ では、励振曲げモーメントや曲げ剛性の影響より、共振の

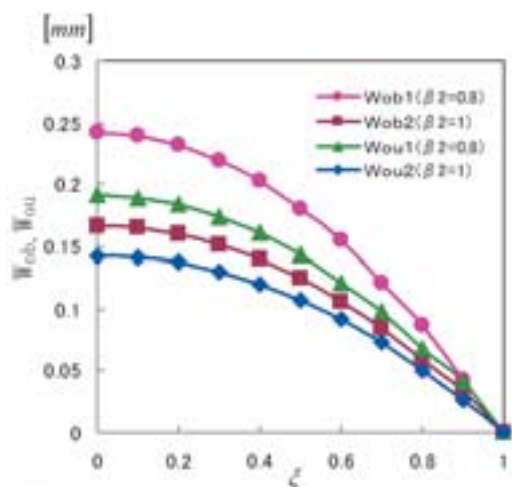


Fig.10 Displacement distribution in a practical vibrator
 $\left[a=25\text{mm}, h_0=0.15\text{mm}, h_1=0.12\text{mm} (\beta_2=0.8), \right.$
 $\left. h_1=0.15\text{mm} (\beta_2=1), f=50\text{Hz} \right]$

影響が大きく、ユニモルフ振動子の変位が、バイモルフ振動子の変位より2倍近く大きくなっている。

図10は実際に用いられる圧電振動子の変位曲線を示している。電圧 $V=100(\text{V})$ 、励振周波数 $f=50\text{Hz}$ 、 $a=25\text{mm}$ 、 $h_0=0.15\text{mm}$ 、 $h_1=0.12\text{mm}$ ($\beta_2=0.8$)、 $h_1=0.15\text{mm}$ ($\beta_2=1$)、 $E_0=103 \times 10^9 \text{Pa}$ 、 $E_1=64 \times 10^9 \text{Pa}$ 、 $\rho_0=8.3 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 、 $\rho_1=7.8 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 、 $d_{31}=1.95 \times 10^{-10} \text{m/V}$ としている。このとき、 $\beta_1=E_1/E_0=0.62$ 、 $\delta=\rho_1/\rho_0=0.94$ 、 $\{\alpha_b=0.75, \alpha_u=0.86\}$ ($\beta_2=0.8$)、 $\{\alpha_b=0.70, \alpha_u=0.82\}$ ($\beta_2=1$)である。図から明らかなように、ユニモルフ振動子の変位はバイモルフ振動子の変位よりも小さくなっている。振動子の変位は式(40)で示したように、駆動モーメントに比例し、曲げ剛性に反比例する。ユニモルフの場合は、表1と図7で示したように、バイモルフに比べて曲げ剛性が小さく、駆動モーメントもかなり小さい。さらに、励振周波数 $f=50\text{Hz}$ では、無次元振動数 α は1以下であり、1次の共振点2.221よりかなり低い値である。このため曲げ剛性や共振効果より励振モーメントの効果が大きく作用し、最終的にユニモルフ振動子の変位がバイモルフ振動子より小さくなっている。

4. 結 言

本論文では、ユニモルフ圧電振動子の曲げ振動特性について理論的考察を行った。特にユニモルフ

タイプはバイモルフタイプと異なり上下非対称構造なので、中立面は中央面とずれる。そこで、中央面と中立面のずれの大きさ、ずれによって生じる駆動モーメントの変化、曲げ剛性の変化、共振周波数(固有振動数)や変位応答の変化についてバイモルフタイプと比較検討した。理論解析より明らかになった点を要約すると、

- (1) セラミックス円板の厚さと金属円板の厚さの比、 $\beta_2=(h_1/h_0)$ が0.1~1.2に変化すると、中立面の位置は金属円板の中央面からセラミックス円板と金属円板の接合面に近づく。
- (2) β_2 の値が0.1~1.2と変化すると、ユニモルフタイプの振動子に励起される曲げモーメントは、バイモルフタイプの約50%から30%に減少する。
- (3) β_2 の値が増加するにつれて、ユニモルフ振動子とバイモルフ振動子の曲げ剛性比、質量比、自然振動数比は共に減少する。
- (4) ユニモルフ振動子およびバイモルフ振動子の自然振動数は β_2 の値が大きくなるにつれて高くなる。またユニモルフ振動子の自然振動数はバイモルフ振動子の自然振動数より低い。
- (5) 励振周波数が共振周波数より離れている場合は、一般にユニモルフ振動子の変位はバイモルフ振動子の変位より小さい。しかしユニモルフ振動子の共振周波数はバイモルフ振動子の共振周波数より低いので、励振周波数によってはユニモルフ振動子の共振周波数に近い場合もある。この場合は共振効果が曲げ剛性および励振曲げモーメント効果より大きくなり、逆にユニモルフ振動子の変位がバイモルフ振動子の変位より大きくなる。

文 献

- (1) 富田泰夫, 山口強, 圧電型受話器, 通研実報 8-7 (1959), 1054-1078
- (2) 一ノ瀬裕他5名, セラミック圧電素子を用いた電話機用サウナおよび受話器, 信学技報, EA80-25 (1980), 23-30
- (3) 山添敏博, 大西雅雄, 圧電スピーカ, エレクトロ・セラミックス, 学研社, 15 (1984), 62-67
- (4) 一ノ瀬裕, 飛田瑞広, 圧電バイモルフ振動板

- の設計, 日本音響学会誌, 42-6 (1986), 441-446
- (5) 藤島啓, 圧電セラミックス, 日本音響学会誌, 42-7 (1991), 155-159
- (6) 中川祐之, 柳沢武三郎, 超薄型PZT板スピーカの基本振動特性に関する理論的検討, 信学技報, EA92-67 (1992), 17-24
- (7) 押野喜代太他3名, ハイブリッド型PZTスピーカ, 日本機械学会第76期全国大会講演論文集, Vol. 5, No.98-3 (1998), 243-244
- (8) 千葉智他2名, ドーム付圧電スピーカの開発, 日本機械学会東北支部, 第36期総会講演会講演論文集, No.011-1 (2001), 170-171
- (9) 大根田浩二他2名, 圧電スピーカの振動・音響特性, 日本機械学会東北支部, 第36期総会講演会講演論文集, No.011-1 (2001), 172-173
- (10) 竹内広樹他2名, 圧電式スーパーツイータの研究, 日本機械学会東北支部, 第36期総会講演会講演論文集, No.011-2 (2001), 173-174
- (11) 井坂秀治, 鈴木勝義, 圧電振動子とラバーウエイトを用いた平板スピーカの音響振動特性, D&D2003 Conf.講演論文アブストラクト集, No.03-7 (2003), 249
- (12) 鈴木勝義他2名, コーン型圧電振動子の振動・音響特性, D&D2005 Conf.講演論文アブストラクト集, No.05-15 (2005), 280
- (13) 鈴木勝義他2名, コーン型圧電スピーカの開発, D&D2006 Conf.講演論文アブストラクト集, No.06-7 (2006), 125
- (14) 栗山好夫他2名, シリコーンゴムにより支持される圧電振動子に関する研究(負荷電圧と変位分布の関係), 設計工学, 37-1 (2002), 29-34.
- (15) 鈴木健一他2名, 2層式圧電ポンプの吐出特性, 日本設計工学会東北支部学術講演会講演論文集 (2003), 19-22
- (16) 鈴木勝義他2名, 圧電ポンプの開発(圧電振動子の振動特性), D&D 2004 Conf. 講演論文アブストラクト集, No.04-5 (2004), 301
- (17) 長澤一哉他2名, 圧電振動子を用いた小型ポンプの最適設計, 日本機械学会東北支部第41期秋期講演会講演論文集, No.2005-2 (2005), 281-282
- (18) 関谷壮他7名, 平板構造強度設計便覧, 朝倉書店 (1982)
- (19) 富川義朗他11名, 超音波エレクトロニクス振動論, 朝倉書店 (1998)