

# アルミニウム合金A2024-T6およびT8材の多軸塑性挙動

武 田 武 信

山形大学大学院理工学研究科機械システム工学分野

## Multiaxial Plastic Behavior of A2024-T6 and-T8 Aluminum Alloys

Takenobu TAKEDA

*Department of Mechanical Systems Engineering, Graduate School of Science and Engineering*

(平成19年 9月 5日受理)

### Abstract

When A2024BE aluminum alloy is artificially aged at 200°C for 10 min (T6 temper), it has been proved that the shear strength is much lower than the tensile one and that this alloy exhibits severe axisymmetric anisotropy. The effects of prolonged aging time and cyclic torsional prestraining on the improvement of shear strength and the reduction of anisotropy were examined in this investigation. Multiaxial stress tests were carried out on thin-walled cylindrical specimens of the A2024-T6 alloy aged at 200°C for 5.5 hr and the A2024-T8 alloy aged at 200°C for 5.5 hr after cyclic prestraining. In the tension-torsion stress space, the equi-strain surfaces of the A2024-T6 alloy lie in the domain limited by von Mises' and Tresca' s criteria when offset strains are taken below 0.1%. However, they lie within Tresca' s criterion when offset strains are taken above 0.2% , and the A2024-T6 alloy reveals severe axisymmetric anisotropy. On the other hand, the equi-strain surfaces of the A2024-T8 alloy almost coincide with Tresca' s criterion independently of the offset strain although it exhibits minor orthotropic anisotropy. These plastic deformation behavior can be expressed precisely by the constitutive equation derived from the anisotropic yield function, Voce' s hardening law and the associated flow rule.

Key words: A2024BE aluminum alloy, T6 temper, T8 temper, Torsional prestrain, Combined stress, Constitutive equation, Planar anisotropy.

### 1. 緒 言

機械設計を行う上で機械要素の強度計算は不可欠であるが、市販材料の検査証明書には引張試験から得られた機械的性質しか表示されていない場合が多い。よって、組合せ負荷を受ける要素の強度計算には何らかの塑性法則を導入しなければならない。

前の研究<sup>1)</sup>では、アルミニウム合金A2024BEを供試材料として200°C10分の人工時効 (T6処理)を行った場合の多軸塑性変形挙動を調べた。この材料は押し棒であるので軸方向に非再結晶組織

と呼ばれる硬い繊維組織の列を含んでいる<sup>2)</sup>。このため強い軸対称異方性を呈し、かつせん断強度が引張強度よりかなり低く、1/2以下であった。完全焼なまし (O処理)を行うとこの傾向は少し緩和されるが、本質的な異方的特性は変わらない。

本材料が航空機のスプラインやボルトなど曲げ (あるいは引張り)とねじりの組合せ負荷を受ける機械要素として適用されることを考えると、前の研究結果はたとえMisesの降伏条件より安全側のTrescaの降伏条件 (いずれも等方性降伏条件)に

Table1 Chemical compositions of A2024BE aluminum alloy (wt %).

Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Al
0.08	0.22	4.54	0.55	1.53	0.05	0.02	Bal.

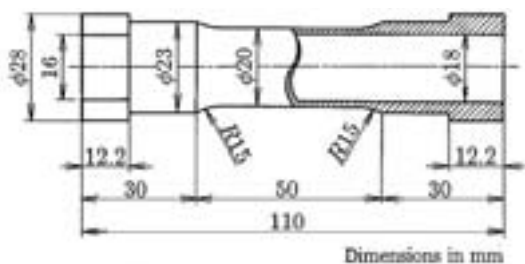


Fig.1 Thin-walled cylindrical specimen .

基づいて強度計算を行っても危険であることを示している。

本研究では、先ずT6処理の時効時間に着目し、200℃で5.5時間の長時間時効によって異方性が軽減するかどうか軸荷重、内圧およびねじりの組合せによる多軸応力試験によって調べた。さらに時効前にねじりの繰返し負荷を加えることによって(T8処理)、せん断強度を相対的に向上させ、かつ異方性を低減化することを試みた。そして両材料の実験結果に対して、六次異方性降伏関数<sup>1), 3)</sup>、硬化則および関連流動則を併用した構成式を適用し、多軸塑性変形挙動を統一的に表した。

## 2. 実験方法

### 2. 1 試験片および実験装置

素材は直径30mmのアルミニウム合金A2024BEである。その化学成分をTable1に示す。試験片はFig.1に示すような平行部外径20 mm、肉厚1 mm、平行部長さ約40 mmの薄肉円管で、495℃1時間加熱後0℃の氷水中に焼入れして溶体化した。

実験装置<sup>4)</sup>は油圧駆動型の多軸応力試験機で、円管試験片に軸荷重（引張り、圧縮）、内圧およびねじりを同時に加え得るものである。負荷の検出は軸荷重とトルクをロードセルで、内圧を圧力変換器で行った。試験片に生じるひずみは試験片表面の軸方向、円周方向および試験片軸に45°傾けて3軸ロゼットゲージを貼って測定した。

### 2. 2 T6処理およびT8処理

T6処理とは溶体化処理後人工時効を行う熱処

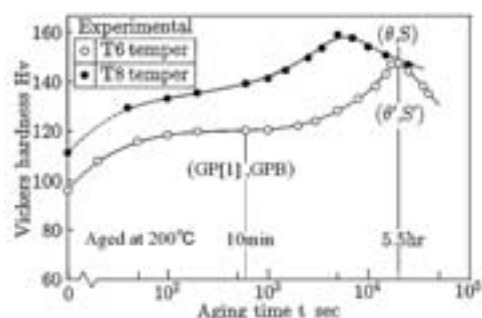


Fig. 2 Age hardening curves.

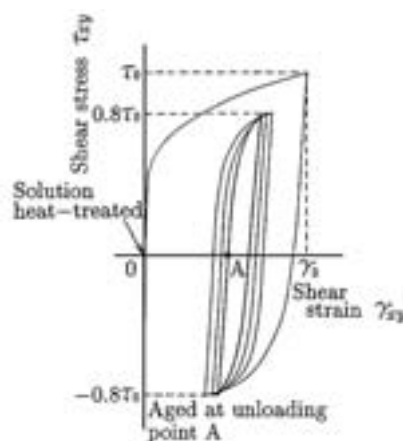


Fig. 3 Schematic shear stress-shear strain curve.

理のことである。Fig.2に200℃の油浴中で人工時効を行ったときの時効硬化曲線（ビッカースかたさ与时効時間の関係）を白丸で示す。かたさ測定用の試験片は直径25mm、高さ25mmの円柱で、時効時間の経過とともに試験片端面のかたさを測定することによって時効硬化曲線を求めた。前の研究<sup>1)</sup>における時効時間が10minの場合、第一段階の時効硬化が飽和した状態にあり、GP[1]およびGPBが形成されている。これらのクラスタは転位に対してshearableであると言われている<sup>5)~7)</sup>。第二段階ではθ''およびGP[2]による硬化が始まり、約5.5時間の時効で最大硬化を示す。この状態ではマトリックスに整合な中間相θ'およびS'化合物が析出する。中間相化合物は転位に対してnon-shearableであり、短時間時効で形成されたクラスタとは微視的硬化機構が異なる<sup>5)~7)</sup>。

T8処理とは溶体化処理後冷間加工を加え、その後人工時効を行う加工熱処理のことである。本研究では冷間加工をFig.3に示すようにねじりで行った。すなわち、溶体化処理した円管試験片に室温でねじり予ひずみ $\gamma_0 = 3\%$ を加え、バウシン

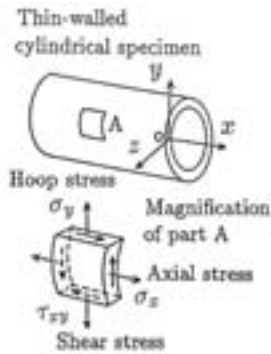


Fig. 4 Coordinate system of stress components and stress state under combined loadings.

ガ効果をできるだけ除去するために予ひずみ最終応力  $\tau_0$  の0.8倍の応力で両振り繰返しを行った。繰返し数はループがほぼ安定する5回とした。その後試験片を試験機から取り外し、200℃の油浴中で時効した。かたさは円管試験片の平行部表面で測定した。T8処理材の時効硬化曲線をFig.2に黒丸で示す。T8処理材の時効硬化曲線は冷間加工の影響によりT6処理材の曲線に比べ、全体的に高く、時効の進行が早い<sup>8)</sup>。T8処理材の5.5時間時効ではT6処理材の5.5時間と かたさはほぼ同じであるが、過時効状態にある。よってT8 5.5時間時効では転位に対してnon-shearableな平衡相  $\theta$  (およびS化合物が析出しているものと思われる<sup>5)~7)</sup>。

本研究ではT6 5.5時間時効およびT8 5.5時間時効したものを供試材とした。

### 2. 3 多軸応力試験

Fig.4に応力成分の座標系と薄肉円管試験片に軸荷重、内圧およびトルクを作用させたときの応力状態を示す。ここで、 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  および  $\tau_{xy}$  はそれぞれ軸応力、円周応力およびせん断応力である。

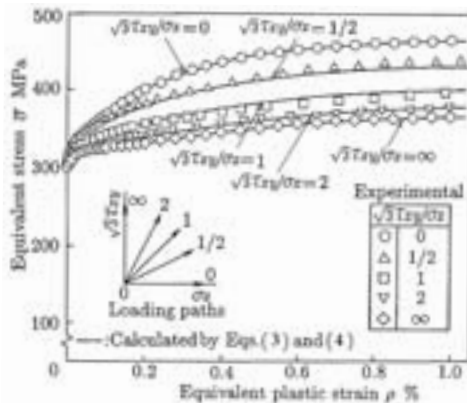


Fig.5 Equivalent stress - equivalent plastic strain curves obtained from loading tests of  $\sqrt{3} \tau_{xy} / \sigma_x = \text{const.}$  for A2024-T6 aluminum alloy.

半径応力は円周応力に比べ、かなり小さいので無視するものとする。

各試験片を変形させる負荷経路は次の3種類とした。

- (1)  $\sigma_x - \sqrt{3}\tau_{xy}$  応力平面上で  $\sqrt{3}\tau_{xy} / \sigma_x = \text{一定}$  の負荷経路.
- (2)  $\sigma_x - \sigma_y$  応力平面上で  $\sigma_y / \sigma_x = \text{一定}$  の負荷経路.
- (3)  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  および  $\tau_{xy}$ , これら三つの応力比が一定の負荷経路.

(1)と(2)はそれぞれ応力主軸が回転する場合およびそれが回転しない場合の塑性変形挙動を調べるための負荷経路である。そして(3)は異方性を調べるための負荷経路である。実験は室温で行った。

これらの実験で得られた応力-ひずみ曲線を次の相当応力-相当塑性ひずみ関係を用いて表した。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &= (\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} \\ d\bar{\epsilon}^p &= [(4/3)\{(d\epsilon_x^p)^2 + (d\epsilon_y^p)(d\epsilon_x^p) + (d\epsilon_y^p)^2\} \\ &\quad + (d\gamma_{xy}^p)^2 / 3]^{1/2} \\ \rho &= \int d\bar{\epsilon}^p \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで  $d\epsilon_x^p$ ,  $d\epsilon_y^p$  および  $d\gamma_{xy}^p$  はそれぞれ軸方向ひずみ、円周方向ひずみおよび工学的せん断ひずみの塑性ひずみ増分である。相当塑性ひずみ増分  $d\bar{\epsilon}^p$  を塑性ひずみ経路に沿って積分した値を  $\rho$  とする。なお、式(1)の第2式は塑性的非圧縮性を考慮して表している。

## 3. 実験結果および考察

### 3. 1 引張り-ねじり組合せ負荷

Fig.5とFig.6に  $\sqrt{3}\tau_{xy} / \sigma_x = \text{一定}$  の比例負荷試

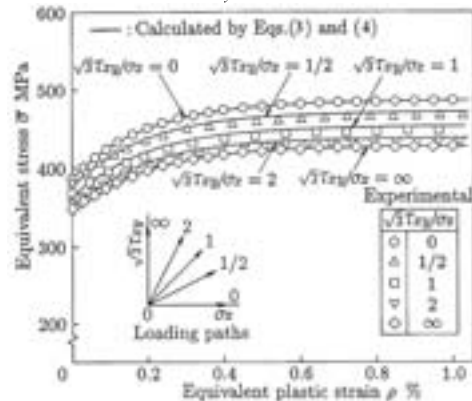


Fig. 6 Equivalent stress - equivalent plastic strain curves obtained from loading tests of  $\sqrt{3} \tau_{xy} / \sigma_x = \text{const.}$  for A2024-T8 aluminum alloy.

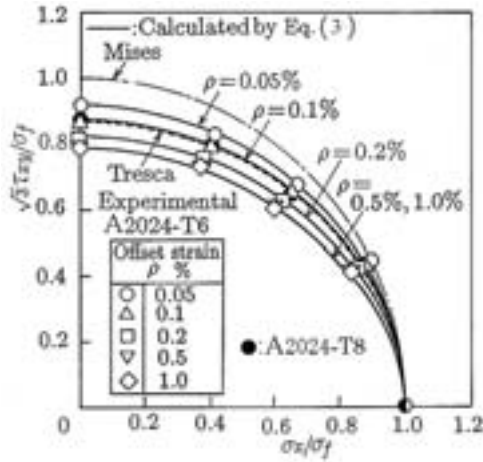
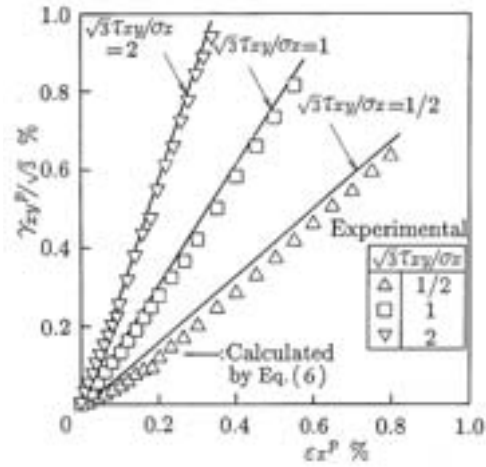


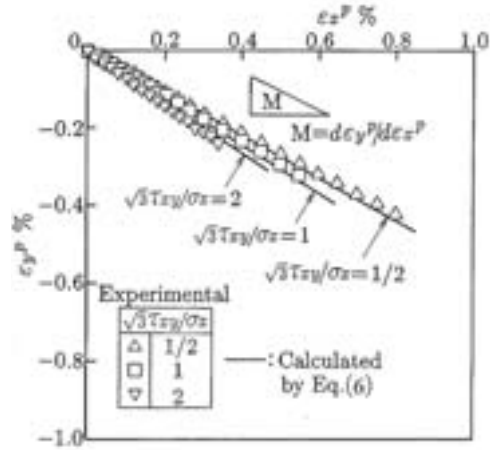
Fig.7 Equi-strain surfaces in  $\sigma_x - \sqrt{3} \tau_{xy}$  plane [  $\sigma_f$  : Tensile flow stress given in equation ( 4 ) ].

験から得られたT6およびT8処理材の相当応力-相当塑性ひずみ曲線を示す. 両材料とも  $\sqrt{3}\tau_{xy} / \sigma_x = 0$  (単軸引張り) の負荷経路における流動応力が最も高く,せん断応力成分が大きくなるほど  $\bar{\sigma} - \rho$  曲線が低くなるような負荷経路依存性を示す. ただし,  $\rho$  が小さい領域と大きい領域で両材料に違いが認められる. すなわち, Fig.5のT6処理材の場合,  $\rho$  が小さい領域での負荷経路依存性が弱い. しかし  $\rho$  が大きくなると依存性が顕著となり,  $\rho = 1.0\%$ では単軸引張りと同純ねじりの流動応力の差は  $\Delta\bar{\sigma} \approx 100\text{Mpa}$ となる. 一方, Fig.6のT8処理材の場合,  $\rho$  が小さい領域で負荷経路依存性はT6処理材より強いが,  $\rho$  が大きい領域では単軸引張りと同純ねじりの流動応力の差はT6処理材より少なく,  $\rho = 1.0\%$ で  $\Delta\bar{\sigma} \approx 60\text{Mpa}$ である.

Fig. 7 に  $\sigma_x - \sqrt{3}\tau_{xy}$  平面における等ひずみ曲面を示す. ここで各負荷経路における流動応力を単軸引張りの流動応力 ( $\sigma = \sigma_f$ ) で割り, 無次元化した座標系で表している. T6処理材の等ひずみ曲面はオフセットひずみ  $\rho = 0.05\%$  のときMisesの曲面とTrescaの曲面の中間に,  $\rho = 0.1\%$  のときほとんどTrescaの曲面上に位置する. そして  $\rho = 0.2\%$  以上ではTrescaの曲面の内側に位置するようになる. 一方T8処理材の場合, Fig.6の各負荷経路の  $\bar{\sigma} - \rho$  曲線において流動応力比  $\bar{\sigma} / \sigma_f$  を求めたところ, オフセットひずみに依存せずほとんど一定であったので一つの等ひずみ曲面で代表している.



(a)  $\epsilon_x^p - \gamma_{xy}^p / \sqrt{3}$  plane



(b)  $\epsilon_x^p - \epsilon_y^p$  plane

Fig.8 Plastic strain paths under combined tension-torsion loadings for A2024-T6 aluminum alloy.

この曲面はほとんどTrescaの曲面上に位置し, T6処理材の  $\rho = 0.1\%$  の等ひずみ曲面と類似している.

Fig.8(a), (b)にT6処理材の  $\epsilon_x^p - \gamma_{xy}^p / \sqrt{3}$  平面と  $\epsilon_x^p - \epsilon_y^p$  平面における塑性ひずみ経路を示す. 塑性ひずみ経路は各負荷経路においてひずみが小さい領域で緩やかに曲がり, その後直線となる. この傾向はとくにFig.8(a)の  $\sqrt{3}\tau_{xy} / \sigma_x = 1/2$  の負荷経路のときに明瞭である. Fig.9はFig.8(b)の塑性ひずみ経路において塑性ひずみ増分比を  $M = d\epsilon_y^p / d\epsilon_x^p$  (ポアソン比に対応) とおき, このM値と負荷方向  $\beta = \tan^{-1}(\sqrt{3}\tau_{xy} / \sigma_x)$  の関係を示したものである. ここで, M値は塑性ひずみ経路上の各オフセットひずみに対応する点近傍の経路を二

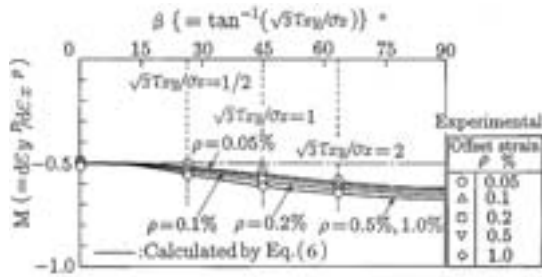


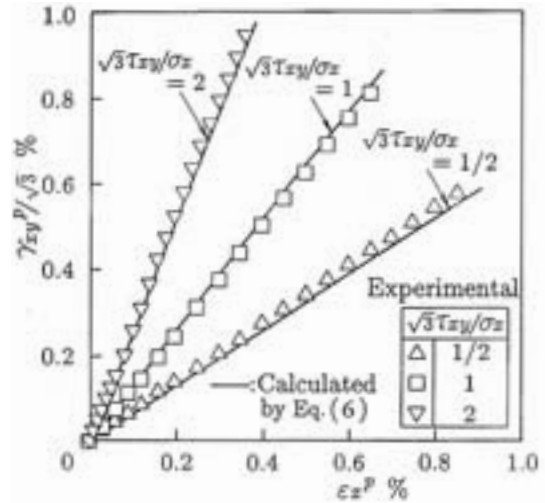
Fig.9 Relation between plastic strain increment ratio M and loading direction  $\beta$  for A2024-T6 aluminum alloy.

次関数で近似して、その関数の傾きとして求めた。M値は角度 $\beta$ が大きくなると低下（負の方向に増加）する。その傾向はオフセットひずみが多い場合の方が顕著である。ただし、 $\beta=90^\circ$ （単純ねじり）のときには $\varepsilon_y^p = \varepsilon_x^p = 0$ となるのでM値は不定となる。このようにM値が方向依存性を示す現象は力学的には偏差応力の第3不変量 $J_3 = (1/3) \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki}$ と異方性の影響によるものと考えられる<sup>9), 10)</sup>。

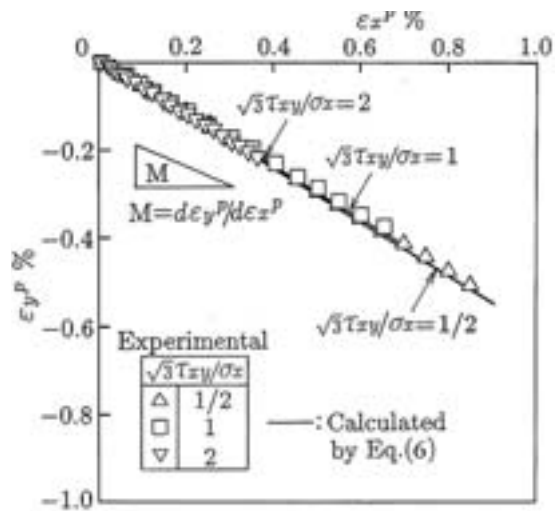
Fig.10(a), (b)にT8処理材の $\varepsilon_x^p - \gamma_{xy}^p / \sqrt{3}$ 平面と $\varepsilon_x^p - \varepsilon_y^p$ 平面における塑性ひずみ経路を示す。T8処理材の場合、塑性ひずみ経路は各負荷経路においてほとんど直線となる。Fig.11にT8処理材のM- $\beta$ 関係を示す。M値はFig.10(b)の塑性ひずみ経路において最小2乗法により直線の傾きとして求めた。M値はFig.9と同様に角度 $\beta$ の増加により低下するが、 $\beta=0^\circ$ （単軸引張り）のとき $M \neq -0.5$ となり、この点においてFig.9との違いがある。

### 3. 2 引張り-内圧組合せ負荷

Fig.12とFig.13に $\sigma_y/\sigma_x =$ 一定の比例負荷試験から得られたT6およびT8処理材の相当応力-相当塑性ひずみ曲線を示す。両材料とも $\sigma_y/\sigma_x = 0$ （単軸引張り）の負荷経路における流動応力が最も高く、 $\sigma_y/\sigma_x = 0$ と2の負荷経路から得られた $\bar{\sigma}-\rho$ 曲線において最大応力差を生じる。両材料の相違点として次のことが挙げられる。Fig.12においてT6処理材の場合、 $\sigma_y/\sigma_x = 1$ と $\infty$ （開端内圧）の負荷経路における $\bar{\sigma}-\rho$ 曲線はほとんど一致している。 $\sigma_y/\sigma_x = 1$ の負荷は静水圧成分を無視するとz方向（半径方向）の圧縮と等価な応力状態となるので、これはy-z平面でy方向（円周方向）とz方向の強度が同じであることを示す（Fig.4参照）。一方、Fig.13においてT8処理材の場合にはz



(a)  $\varepsilon_x^p - \gamma_{xy}^p / \sqrt{3}$  plane



(b)  $\varepsilon_x^p - \varepsilon_y^p$  plane

Fig.10 Plastic strain paths under combined tension-torsion loadings for A2024-T8 aluminum alloy.

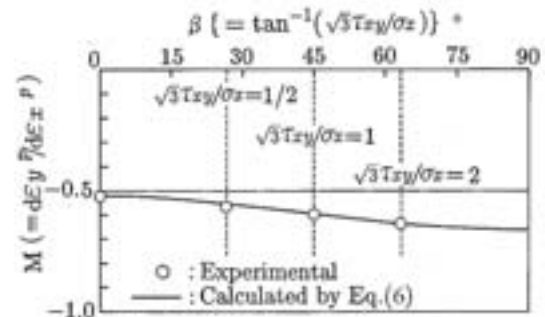


Fig.11 Relation between plastic strain increment ratio M and loading direction  $\beta$  for A2024-T8 aluminum alloy.

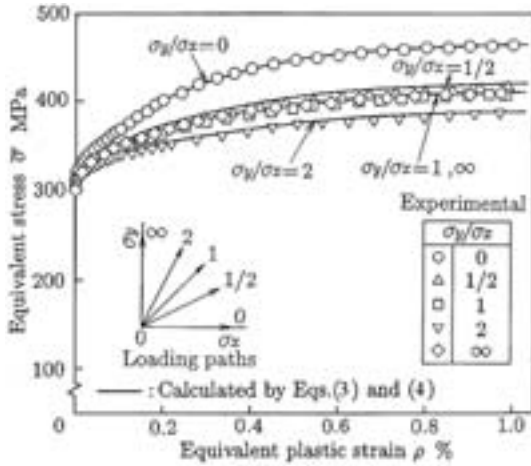


Fig.12 Equivalent stress - equivalent plastic strain curves obtained from loading tests of  $\sigma_y/\sigma_x = \text{const.}$  for A2024-T6 aluminum alloy.

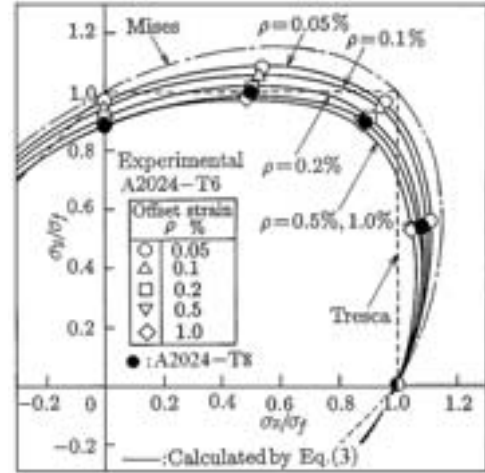


Fig.14 Equi-strain surfaces in  $\sigma_x - \sigma_y$  plane [ $\sigma_y$ : Tensile flow stress given in equation (4)].

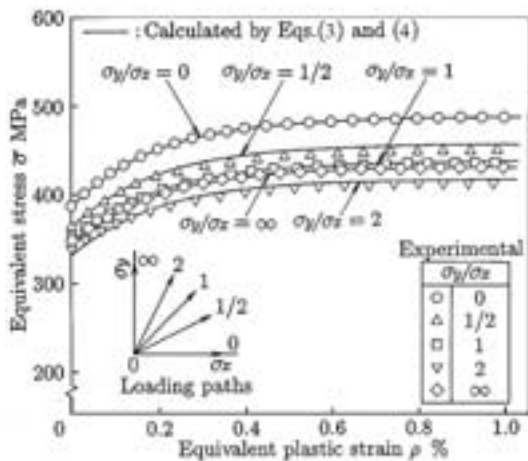


Fig.13 Equivalent stress - equivalent plastic strain curves obtained from loading tests of  $\sigma_y/\sigma_x = \text{const.}$  for A2024-T8 aluminum alloy.

方向の強度の方がy方向の強度よりも若干高い。

Fig.14に $\sigma_x - \sigma_y$ 平面における等ひずみ曲面を示す。ここで、Fig.7と同様に無次元化座標系で表している。T6とT8処理材の等ひずみ曲面はMisesの曲面の内側に位置する。とくに $\sigma_y/\sigma_x = 2$ の負荷経路から得られたデータに注目すると、T6処理材の場合にはオフセットひずみ $\rho = 0.05\% \sim 0.2\%$ のときMisesとTrescaの曲面の中間に、オフセットひずみがさらに大きくなるとTrescaの曲面の内側に位置するようになる。一方、T8処理材の場合はオフセット依存性を示さずほとんどTrescaの曲面上に位置する。T8処理材の等ひずみ曲面を第1象限で全体的にT6処理材の曲面と比較してみると、引

張応力成分の大きい領域ではT6処理材の $\rho = 0.2\%$ の曲面に近く、円周応力成分が大きい領域( $\sigma_y/\sigma_x = 2$ 以上)になるとT6処理材の $\rho = 0.5\%$ の曲面に類似するようになる。

Fig.15にT6処理材の $\epsilon_x^p - \epsilon_y^p$ 平面における塑性ひずみ経路を示す。塑性ひずみ経路はひずみが小さい領域で緩やかに曲がり、その後直線となる傾向を示す。Fig.16はT8処理材の塑性ひずみ経路である。Fig.10(a), (b)と同様に、各負荷経路においてほとんど直線的な塑性ひずみ経路となる。

### 3. 3 軸荷重-内圧-ねじり組合せ負荷

軸荷重、内圧およびねじりの組合せによって、応力比を $\sigma_x : \sigma_y : \tau_{xy} = 1 : \tan^2 \theta : \tan \theta$ に保持して薄肉円管に負荷すると、主応力は $\sigma_1 = \sigma_x (1 + \tan^2 \theta)$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ となり、試験片軸と $\theta$ だけ傾いた方向に $\sigma_1$ で引張った場合と等価な応力状態を作り出すことができる。一般にこのような実験が円管に対しての最も精密な面内異方性の検証法であると思われる。著者<sup>11), 12)</sup>はこのような組合せ負荷試験を「円管に対するoff-axis引張試験」と名付けた。

Fig.17とFig.18にT6およびT8処理材の各主応力方向 $\theta$ における相当応力-相当塑性ひずみ曲線を示す。Fig.17のT6処理材の場合、Fig.5と同様に $\rho$ が小さい領域での負荷経路依存性(異方性)が弱い、 $\rho$ が大きくなると依存性が顕著となる。そして $\theta = 0^\circ$ (単軸引張り)と $45^\circ$ の負荷経路から得られた $\bar{\sigma} - \rho$ 曲線の間で最大応力差を生じる。

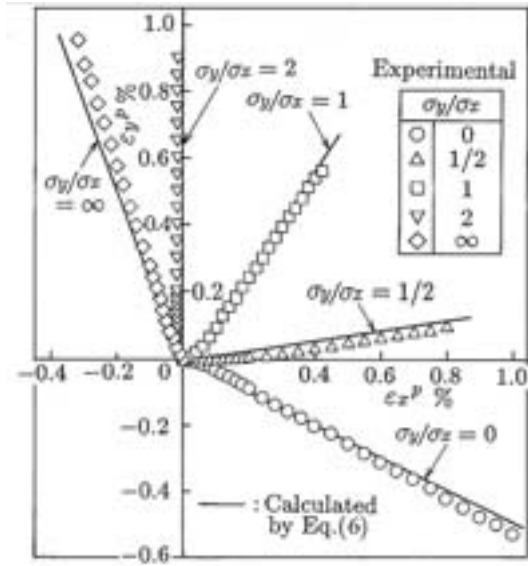


Fig.15 Plastic strain paths under combined tension-internal pressure loadings for A2024-T6 aluminum alloy.

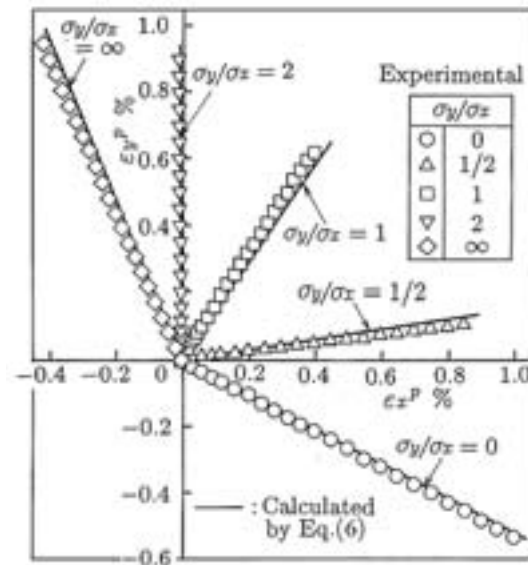


Fig.16 Plastic strain paths under combined tension-internal pressure loadings for A2024-T8 aluminum alloy.

一方、Fig.18のT8処理材では $\theta = 0^\circ$ （単軸引張り）における流動応力が最も高いという特性はT6処理材と同じであるが、 $\theta = 0^\circ$ （単軸引張り）と $67.5^\circ$ の負荷経路から得られた $\bar{\sigma}-\rho$ 曲線の間で最大応力差を生じる。ただし $\theta = 45^\circ \sim 90^\circ$ （開端内圧）の範囲での流動応力の差異は少ない。

Fig.19に主応力方向 $\theta$ に対する流動応力の変化を示す。ここで各負荷経路における流動応力を単軸引張りの流動応力（ $\bar{\sigma} = \sigma_1 = \sigma_f$ ）で割り、無次

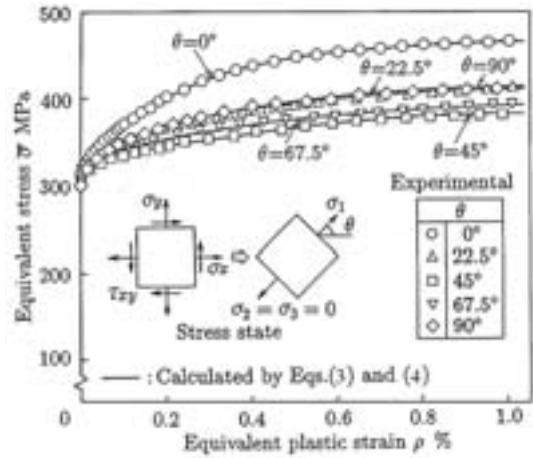


Fig.17 Equivalent stress-equivalent plastic strain curves obtained from loading tests in off-axis tension for A2024-T6 aluminum alloy.

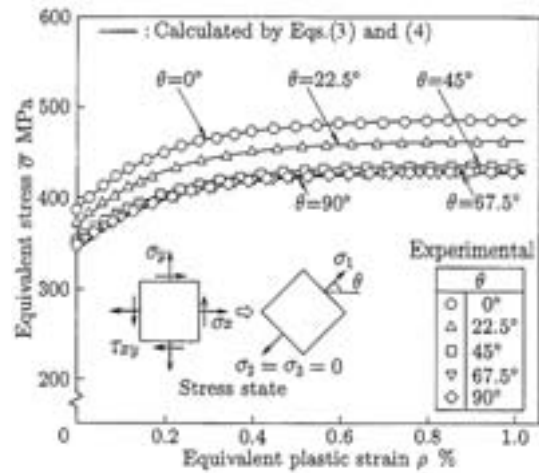


Fig.18 Equivalent stress-equivalent plastic strain curves obtained from loading tests in off-axis tension for A2024-T8 aluminum alloy.

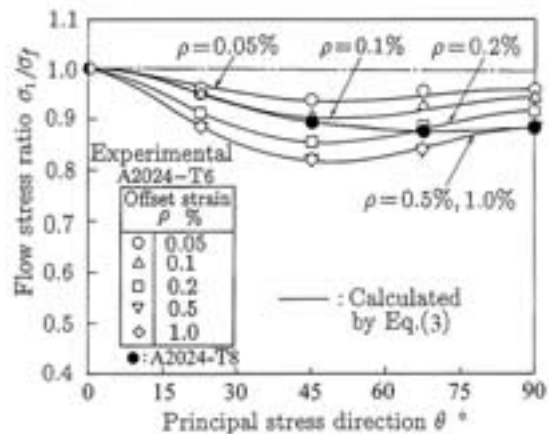


Fig.19 Variation of normalized proof stress with principal stress direction  $\theta$  [ $\sigma_f$ : Tensile flow stress given in equation (4)].

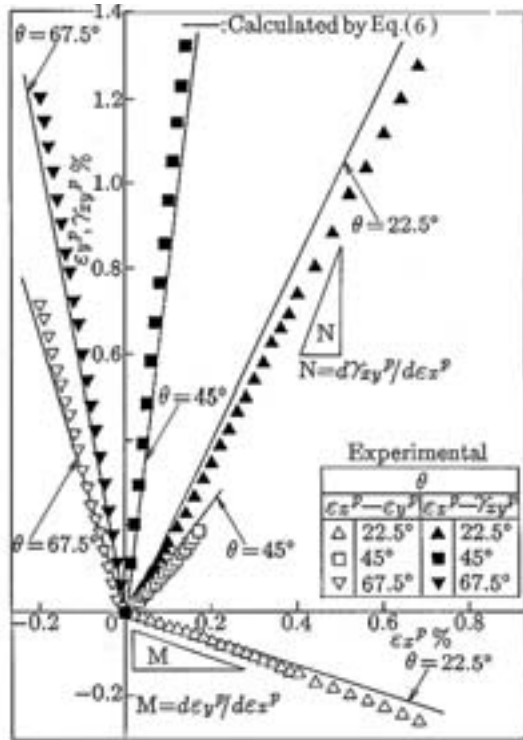


Fig.20 Plastic strain paths under loadings in off-axis tension for A2024-T6 aluminum alloy.

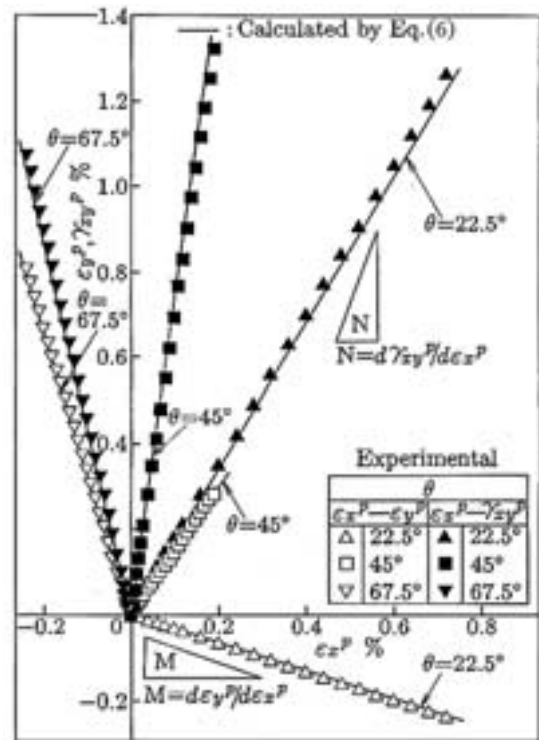


Fig.21 Plastic strain paths under loadings in off-axis tension for A2024-T8 aluminum alloy.

元化して表している. この図では流動応力比  $\sigma_1/\sigma_f=1$  からの変化量が応力尺度の異方性を示す. T6処理材の実験値を見ると, 流動応力比はオフセット依存性を示すが, 各オフセットひずみにおいて流動応力比は角度  $\theta$  が大きくなるにつれて一度減少し,  $\theta=45^\circ$  で最小となり, その後増加する. オフセットひずみ  $\rho=0.05\%$  のとき最も  $\sigma_1/\sigma_f=1$  からの変化量が少なく, 最大異方性は6%程度である. オフセットひずみが大きくなり,  $\rho=0.5\%$ と $1.0\%$  のときには最大異方性が約18%となる. すなわちオフセットひずみが大きいほど異方性の発現が強い. なお,  $\rho=0.5\%$ と $1.0\%$  のときの実験値が重なっているということは異方性の発現が相似であることを示す. 一方, T8処理材の場合にはオフセット依存性を示さない. 流動応力比は角度  $\theta$  が大きくなるにつれて  $\theta=67.5^\circ$  まで減少し, その後極めてわずかに増加する. そして  $\theta=67.5^\circ$  のとき約12%の最大異方性を示す.

Fig.20とFig.21にT6およびT8処理材の  $\epsilon_x^p - \epsilon_y^p$  平面および  $\epsilon_x^p - \gamma_{xy}^p$  平面における塑性ひずみ経路を示す. ここで塑性ひずみ増分比をそれぞれ  $M = d\epsilon_y^p / d\epsilon_x^p$ ,  $N = d\gamma_{xy}^p / d\epsilon_x^p$  とおき, 塑性ひずみ経

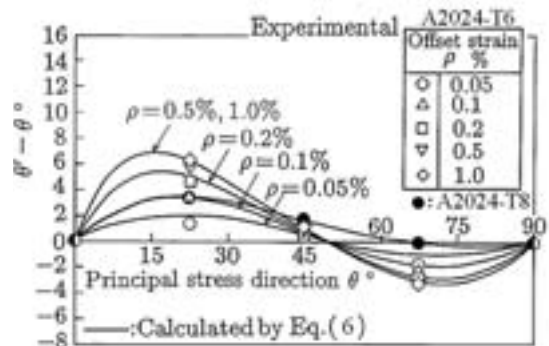


Fig.22 Variation of principal strain increment direction  $\theta'$  with principal stress direction  $\theta$ . The angle deviation  $\theta' - \theta$  gives a measure of anisotropy based on strain behavior.

路上の各オフセットひずみに対応する点のMおよびN値を求めた. MおよびN値の決定は3.1節と同様に, T6処理材の場合には経路を二次関数で近似する方法で, T8処理材の場合には経路を直線近似する方法で行った. そして主ひずみ増分方向を  $\theta' = (1/2) \tan^{-1}\{d\gamma_{xy}^p / (d\epsilon_x^p - d\epsilon_y^p)\} = (1/2) \tan^{-1}\{N / (1 - M)\}$  により算出した. Fig.22にひずみ増分方向  $\theta'$  と主応力方向  $\theta$  の関係を示す. ただし縦軸を角度偏差  $\theta' - \theta$  で表している. この偏差量 (絶対値) も異方性の度合を示



す尺度となる（ひずみ尺度の異方性と呼ぶ）<sup>11),12)</sup>。T6処理材の場合、角度偏差  $\theta' - \theta$  は各オフセットひずみにおいて  $\theta$  に対して正弦的に変化する。 $\theta = 22.5^\circ$  のときの実験値に着目すると、オフセットひずみが小さい  $\rho = 0.05\%$  のとき偏差が最も少なく、 $\theta' - \theta = 1.5^\circ$  程度である。オフセットひずみが大きくなると偏差が大きくなり、オフセットひずみ  $\rho = 1.0\%$  のとき  $\theta' - \theta = 6.3^\circ$  となる。一方、T8処理材の場合には  $\theta = 22.5^\circ$  における偏差は  $\theta' - \theta = 3.6^\circ$  であり、T6処理材の  $\rho = 0.1\%$  のときの偏差と同じ量となる。

4. 異方性降伏関数の適用

著者<sup>1),3)</sup> はDrucker<sup>13)</sup> の六次降伏関数とHill<sup>14)</sup> の二次降伏関数を組合せた次の異方性降伏関数を提案した。

$$f = J_2^2 (J_2 + A_{ijkl} \sigma'_{ij} \sigma'_{kl}) - C J_3^2 \quad (2)$$

ここで、 $J_2 = (1/2) \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}$ 、 $J_3 = (1/3) \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki}$  はそれぞれ偏差応力テンソル  $\sigma'_{ij}$  の第2、第3不変量、 $A_{ijkl}$  は異方性パラメータ、 $C$  は  $J_3$  の影響を表わすパラメータであり、 $A_{ijkl}$  と  $J_3$  の間に連成効果がないものと仮定する。直交異方性材の場合、式(2)は平面状態において次のようになる。

$$f = \{ (1/3)(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2) + \tau_{xy}^2 \}^2 \{ (1/3)(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2) + \tau_{xy}^2 - (A_{myy} + A_{zxx})\sigma_x^2 + 2A_{myx}\sigma_x \sigma_y - (A_{myy} + A_{yyz})\sigma_y^2 + 4A_{myx}\tau_{xy}^2 \} - C \{ (1/27)(2\sigma_x - \sigma_y)(\sigma_x - 2\sigma_y)(\sigma_x + \sigma_y) + (1/3)(\sigma_x + \sigma_y)\tau_{xy}^2 \}^2 = (\sigma_f^6/27) \{ 1 - 4C/27 - 3(A_{myy} + A_{zxx}) \} \quad (3)$$

硬化則すなわち上式右辺の流動応力  $\sigma_f$  と相当塑性ひずみ  $\rho$  の関係は次のようにして定式化した。

Fig.23(a), (b)にT6およびT8処理材の単軸引張試験における対数硬化率と相当塑性ひずみの関係を示す。T6およびT8処理材ともに山型曲線となるので、流動応力  $\sigma_f$  はVoce則で表せる<sup>15)</sup>。

$$\sigma_f = \sigma_s + F \{ 1 - \exp(-n\rho) \} \quad (4)$$

両材料の式(4)におけるパラメータの値をTable 2に示す。式(3)は5個のパラメータを含んでいるが、右辺は等ひずみ曲面の膨張を表す硬化量であるので一定の値を与えるものであればよい。よって、 $C$  値を前の研究<sup>1)</sup>と同様に  $C = 2.25$  と仮定した。この値はDrucker<sup>13)</sup> の降伏関数に降伏曲面に対する凸性条件を加えたときの上限值に対応する。

T6処理材は3.2節で述べたように、 $y-z$ 平面の $y$

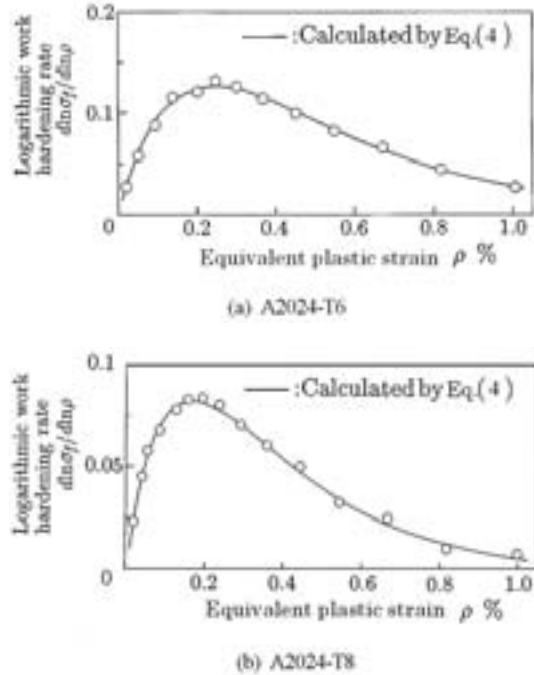


Fig.23 Relation between logarithmic work hardening rate and equivalent plastic strain.

Table2 Values of  $\sigma_s$ ,  $F$  and  $n$  for A2024-T6 and -T8 aluminum alloys in Voce's equation(4).

Material	$\sigma_s$ MPa	$F$ MPa	$n$
A2024-T6	327	141	369
A2024-T8	387	100	517

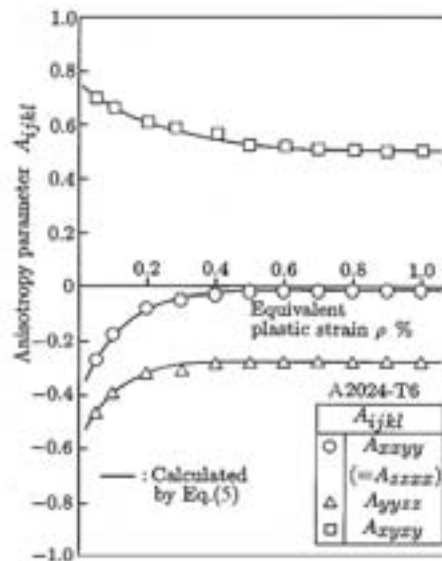


Fig.24 Variations of anisotropy parameters as a function of equivalent plastic strain for A2024-T6 aluminum alloy.

方向とz方向で強度が同じであるので軸対称異方性材と仮定して解析を行った。このとき対称条件は $A_{xyy}=A_{zzx}$ となる。結局、異方性パラメータ $A_{xyy}$ 、 $A_{yyz}$  および $A_{xyx}$ を求めると降伏条件式を決定することができる。これら3個の異方性パラメータを求めるための特性値は単軸引張応力 $\sigma_f$ の他に3個必要である。そこで最初に開端内圧 ( $\sigma_x - \sigma_y$  平面上の $\sigma_y/\sigma_x = \infty$ の負荷経路) および単純ねじりによって得られた応力値 (それぞれ $\sigma_n$ ,  $\sqrt{3}\sigma_f$  とおく) を選んだ。残り1個の応力値 (関係式) はパラメータ決定に対する精度向上を考慮し、3.3節の $\theta=22.5^\circ$ ,  $45^\circ$  および $67.5^\circ$  の負荷経路から得られた応力値 $\sigma_1$ を用いて最小2乗法により求めた。

Fig.24にT6処理材に関して各異方性パラメータを相当塑性ひずみの関数として示す。各異方性パラメータはひずみが小さい領域ではひずみの進行に伴って増加あるいは減少するが、 $\rho=0.5\%$ 以上ひずみが大きくなると一定値に収束する。これらの変化を次式で近似した。

$$A_{ijkl} = p \exp(q\rho) + r \quad (5)$$

ここで $p$ ,  $q$  および $r$ は材料定数であり、Table 3に示すように求められた。

一方、T8処理材の場合には直交異方性材とみなして解析を行った。この場合には $A_{xyy}=A_{zzx}$ が成立しないので、特性値は単軸引張応力 $\sigma_f$ の他に4個必要となる。そこで等2軸引張り ( $\sigma_x - \sigma_y$  平面上の $\sigma_y/\sigma_x = 1$ の負荷経路) によって得られた応力値 $\sigma_n$ を加えて上述と同様な方法で各異方性パラメータを決定した。T8処理材の等ひずみ曲面はオフセット依存性を示さないので、異方性パラメータの値はTable 4に示すようにそれぞれ一定の値となる。ここで、 $C$ 値をT6処理材の場合と同様に $C=2.25$ と仮定している。

塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_{ij}^p$ は式(3)の降伏関数を塑性ポテンシャルとして関連流動則から得られるものとする。

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= (\partial f / \partial \sigma_{ij}) d\lambda \\ d\lambda &= (3/2)^{1/2} (d\varepsilon_p / |\text{grad}f|) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで $d\lambda$ は正のスカラー関数である。

以上のように、降伏関数、硬化則および関連流動則が定められたので各負荷経路における相当応力-相当塑性ひずみ曲線、塑性ひずみ経路および

Table3 Values of material constants for A2024-T6 aluminum alloy in equation (5).

$A_{ijkl}$	$p$	$q$	$r$
$A_{zzyy}$ (= $A_{zzzz}$ )	$-4.147 \times 10^{-1}$	$-9.391 \times 10^3$	$-1.004 \times 10^{-2}$
$A_{yyzz}$	$-3.090 \times 10^{-1}$	$-1.002 \times 10^3$	$-2.762 \times 10^{-1}$
$A_{xyxy}$	$2.488 \times 10^{-1}$	$-3.624 \times 10^3$	$4.900 \times 10^{-1}$

Table4 Anisotropy parameters in equation (3) used for numerical calculation of A2024-T8 aluminum alloy.

$A_{xyyy}$	$A_{yyzz}$	$A_{zzzz}$	$A_{xyxy}$
$-1.741 \times 10^{-1}$	$-6.469 \times 10^{-1}$	$-1.036 \times 10^{-1}$	$5.572 \times 10^{-1}$

等ひずみ曲面が計算できる。Fig.5からFig.22に示した実線は式(3)から式(6)の計算結果である。計算結果は全体的にT6およびT8処理材の塑性変形挙動をよく表しているものと思われる。なお、パラメータ決定法と塑性ひずみ増分比 $M$ ,  $N$ の計算式については付録で述べている。

次に、各負荷経路から得られた相当応力-相当塑性ひずみ曲線を統一的に表すことを試みた。式(1)の第1式では第1次近似としてMises形の相当応力を導入したが、ここでは式(2)の六次異方性降伏関数を応力の次元に変形し、異方性を考慮に入れた新たな相当応力を $\bar{\sigma}_{eq}$ 定義する。これは式(3)において $\bar{\sigma}_{eq} = \sigma_f$ とおくことにより導くことができる。

$$\bar{\sigma}_{eq} = \left[ \frac{27 J_2^2 (J_2 + A_{ijkl} \sigma'_{ij} \sigma'_{kl}) - C J_3^2}{1 - 4C/27 - 3(A_{xyyy} + A_{zzzz})} \right]^{1/6} \quad (7)$$

ただし、相当塑性ひずみに関してはひずみ硬化説に基づき、式(1)の第3式と同じものとする。相当塑性ひずみ $\rho$ を一般的式で表すと次のようになる。

$$\rho = \int^{\varepsilon_{ij}^p} \{ (2/3) d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p \}^{1/2} \quad (8)$$

Fig.25とFig.26に計算例としてoff-axis引張試験結果についてT6およびT8処理材の $\bar{\sigma}_{eq} - \rho$ 曲線を示す。両図において実験値はほとんど同一曲線 ( $\sigma_f - \rho$ 曲線) 上に載っており、多軸塑性変形挙動を統一的に表せる。

## 5. 結 言

アルミニウム合金A2024-T6およびT8処理材の多軸応力試験結果および解析結果を要約すると次のようになる。

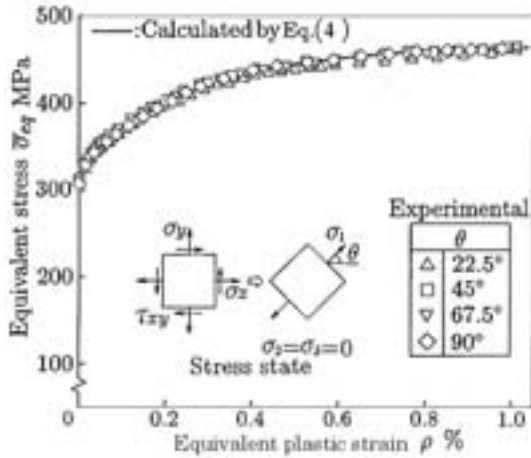


Fig.25 Equivalent stress-equivalent plastic strain curves in off-axis tension for A2024-T6 aluminum alloy [ $\bar{\sigma}_{eq}$ : Equivalent stress defined in equation ( 7 )].

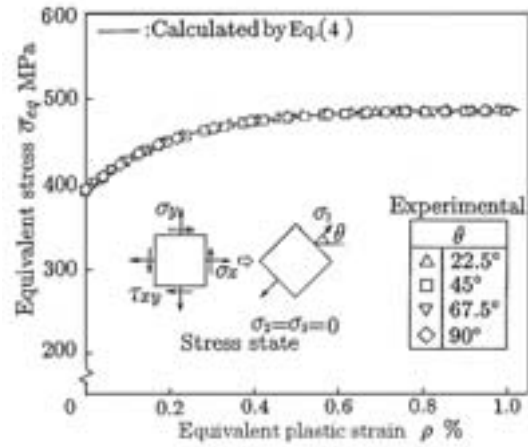


Fig.26 Equivalent stress-equivalent plastic strain curves in off-axis tension for A2024-T8 aluminum alloy [ $\bar{\sigma}_{eq}$ : Equivalent stress defined in equation ( 7 )].

(1) 引張り－ねじり組合せ負荷下の等ひずみ曲面について

T6処理材の等ひずみ曲面はオフセットひずみ  $\rho = 0.05\%$  のときMisesの曲面とTrescaの曲面の中間に位置し、 $\rho = 0.2\%$  以上ではTrescaの曲面の内側に位置するようになる。一方、T8処理材の場合等ひずみ曲面はオフセット依存性を示さず、Trescaの曲面上に位置する。

(2) 引張り－内圧組合せ負荷下の等ひずみ曲面について

T6処理材の等ひずみ曲面はMisesの曲面の内側に位置する。 $\rho = 0.05\%$  のとき最もMisesの曲面に近く、オフセットひずみが大きくなると円周応力成分が大きい領域で縮小する。またT8処理材の等ひずみ曲面も円周応力成分が大きい領域で縮小し、T6処理材の  $\rho = 0.5\%$  のときの曲面と類似する。

(3) off-axis引張り負荷下における異方性の発現について（応力尺度とひずみ尺度の異方性の値は解析結果）

T6処理材の場合、 $\rho = 0.5\%$  のとき最も異方性の発現が弱い、応力尺度で  $\theta = 50^\circ$  のとき6.2%、ひずみ尺度で  $\theta = 22.5^\circ$  のとき角度偏差  $\theta' - \theta = 2.2^\circ$  の最大異方性を示す。オフセットひずみが大きくなると応力主軸の回転に伴って流動応力比がより低下し、角度偏差も大きくなる。 $\rho = 0.5\%$  以上では応力尺度で  $\theta = 50^\circ$  のとき18.2%、ひずみ尺度で  $\theta = 15^\circ$  のとき  $\theta' - \theta = 7.2^\circ$  の最大異方性を

を示す。一方T8処理材の場合、最大異方性は応力尺度でみると  $\theta = 67.5^\circ$  のとき生じ、11.8%である。ひずみ尺度では  $\theta = 22.5^\circ$  のとき  $\theta' - \theta = 3.6^\circ$  となる。

(4) T6およびT8処理材の多軸塑性変形挙動は提案した六次異方性降伏関数、Voce則および関連流動則を併用した構成式によって表すことができる。

(5) さらに、六次異方性降伏関数から導出した相当応力を適用すると、T6およびT8処理材の多軸塑性変形挙動を統一的に表せる。

最後に、A2024-BEのせん断強度の改善および異方性の低減という問題を工業的な適用面から考察すると、材料が小さい変形を受けるときにはT6処理が有効であり、大きい変形を受けるときにはT8処理の方が良いことになる。しかしながら、工業的には200℃という温度は高温であり（通常、120℃程度である）、5.5時間の時効時間も長い。また、T8処理では本研究よりも大きいねじり予ひずみを加えてから繰返し負荷を行えば効果も上がるかもしれないが、手間が掛かる。よって、本研究で行ったT6およびT8処理は工業的には必ずしも有用であるとは言えない。そこで、現在著者は溶体化処理後ねじり負荷下（弾性限度以下の応力）で時効する、いわゆる応力時効について研究中である。

## 参考文献

- 1) 武田武信・高橋由充・菊地新一・那須康雄：塑性と加工, 30-344 (1989), 1324.
- 2) 村上陽太郎編：アルミニウム材料の基礎と工業技術, (1985), 310, 軽金属協会.
- 3) T. Takeda & Y. Nasu : J. Strain Anal. Eng. Des, 26 -1 (1991), 47.
- 4) 武田武信・菊地新一・那須康雄: 日本非破壊検査協会, 第4分科会資料, No.4704(1986), 13.
- 5) T. Takeda : Proc. 34th Japan Congr. Mater. Res., (1987), 100.
- 6) J. M. Silcock : J. Inst. Metals, 89(1960), 203.
- 7) 村上陽太郎：金属会報, 13-7(1974), 479.
- 8) 金子純一：熱処理, 21-6(1981), 331.
- 9) D.W.A. Rees : Proc. R. Soc. Lond., A383 (1982), 333.
- 10) 武田武信・廣瀬武彦：塑性と加工, 34-395 (1993), 1344.
- 11) 武田武信・陳中春・菊地新一・谷村洋一：同上, 39-454(1998), 1118.
- 12) 武田武信・陳中春・中山智紀：材料, 51-7 (2002), 788.
- 13) D.C.Drucker : J. Appl. Mech., 16 (1949), 349.
- 14) R.Hill : The Mathematical Theory of Plasticity, (1950), 317, Clarendon Press, Oxford.
- 15) 福井泰好・中西賢二・岡村俊一：機論A, 51-467 (1985), 1750.

## 付 録

軸対称異方性材についてのパラメータ決定法と塑性ひずみ増分比M, Nの計算式はすでに文献(R1)で紹介しているのので, ここでは直交異方性材について述べる.

まず, 特性値(無次元化応力)をそれぞれ  $\zeta_1 = \sigma_1 / \sigma_f$ ,  $\zeta_h = \sigma_h / \sigma_f$ ,  $\zeta_b = \sigma_b / \sigma_f$  および  $\zeta_t = \sqrt{3} \tau_f / \sigma_f$  とおく(各応力に関するNomenclature(記号)については第4章参照). そしてこれらの特性値を式(3)に代入すると式(A-1)から式(A-4)が得られ, 異方性パラメータ  $A_{xyy}$ ,  $A_{yzz}$ ,  $A_{zxx}$  および  $A_{xyx}$  を決定することができる.

$$A_{xyy} = \Sigma a_{\theta} b_{\theta} / \Sigma a_{\theta}^2 \quad (A-1)$$

ここで

$$\begin{aligned} a_{\theta} &= 1 - \zeta_1^6 \cos^2 2\theta \\ &+ \frac{(1/4)\zeta_1^6 (1 - \cos 2\theta)^2 \{1 - (1 - \zeta_h^6)(1 - \zeta_b^6)\}}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} \\ &+ \left[ 1 - \zeta_h^6 + \frac{\zeta_h^6 \{1 - (1 - \zeta_h^6)(1 - \zeta_b^6)\}}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} \right] \\ &\times \left\{ (1/4) \zeta_1^6 (1 + \cos 2\theta)^2 - 1 \right\} - \left( \frac{3\zeta_1^6 \zeta_h^6 \sin^2 2\theta}{4\zeta_t^6} \right) \\ &\times \left\{ 1 - \frac{1 - (1 - \zeta_h^6)(1 - \zeta_b^6)}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} \right\} \\ b_{\theta} &= \frac{(1/12)(1 - 4C/27)\zeta_1^6 \zeta_h^6 (1 - \cos 2\theta)^2 (1 - \zeta_b^6)}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} \\ &+ \left\{ \frac{(1/3)(1 - 4C/27)\zeta_1^{12} (1 - \zeta_b^6)}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} + (1/3)(1 - 4C/27) \right. \\ &\times (1 - \zeta_h^6) \left. \right\} \left\{ (1/4) \zeta_1^6 (1 + \cos 2\theta)^2 - 1 \right\} \\ &+ \left( \frac{3\zeta_1^6 \sin^2 2\theta}{4\zeta_t^6} \right) \left\{ \frac{(1/3)(1 - 4C/27)\zeta_1^{12} (1 - \zeta_b^6)}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} \right. \\ &\left. + (1/3)(1 - 4C/27)(1 - \zeta_h^6) - (1/3)(1 - 4C/27 - \zeta_t^6) \right\} \\ &+ (1/3)(1 - 4C/27)(1 - \zeta_1^6) \\ A_{yzz} &= \frac{(1/3)(1 - 4C/27)\zeta_h^6 (1 - \zeta_b^6) - A_{xyy} \{1 - (1 - \zeta_h^6)(1 - \zeta_b^6)\}}{\zeta_h^6 - \zeta_h^6 \zeta_b^6 - \zeta_b^6} \end{aligned} \quad (A-2)$$

$$\begin{aligned} A_{zxx} &= (1/3)(1 - 4C/27)(1 - \zeta_h^6) - A_{xyy}(1 - \zeta_h^6) \\ &+ A_{yzz}\zeta_h^6 \end{aligned} \quad (A-3)$$

$$A_{xyx} = \frac{3\{1 - 4C/27 - \zeta_t^6 - 3(A_{xyy} + A_{zxx})\}}{4\zeta_t^6} \quad (A-4)$$

次に, 塑性ひずみ増分比M, Nは式(1)を偏微分することにより次のようにして求めることができる.

$$M = d\epsilon_y^p / d\epsilon_x^p = (\partial f / \partial \sigma_y) / (\partial f / \partial \sigma_x) \quad (A-5)$$

$$N = d\gamma_{xy}^p / d\epsilon_x^p = (2\partial f / \partial \tau_{xy}) / (\partial f / \partial \sigma_x) \quad (A-6)$$

式(A-6)の右辺で  $\partial f / \partial \tau_{xy}$  を2倍してあるのはテンソル規約によるためである.

$$\begin{aligned} \partial f / \partial \sigma_x &= J_2^2 (\sigma_x - 2\sigma_y) + (2/3)J_2 (2\sigma_x - \sigma_y) \{ -(A_{xxyy} + A_{zzxx}) \sigma_x^2 + 2A_{xxyy} \sigma_x \sigma_y - (A_{xxyy} + A_{yyzz}) \sigma_y^2 + 4A_{xyxy} \tau_{xy}^2 \} \\ &+ J_2^2 \{ -2(A_{xxyy} + A_{zzxx}) \sigma_x + 2A_{xxyy} \sigma_y \} - 2CJ_3 [(1/27) \\ &\times \{ 2(\sigma_x - 2\sigma_y)(\sigma_x + \sigma_y) + (2\sigma_x - \sigma_y)(\sigma_x + \sigma_y) + (2\sigma_x - \sigma_y) \\ &\times (\sigma_x - 2\sigma_y) \} + (1/3) \tau_{xy}^2] \\ \partial f / \partial \sigma_y &= -J_2^2 (\sigma_x - 2\sigma_y) - (2/3)J_2 (\sigma_x - 2\sigma_y) \{ -(A_{xxyy} \\ &+ A_{zzxx}) \sigma_x^2 + 2A_{xxyy} \sigma_x \sigma_y - (A_{xxyy} + A_{yyzz}) \sigma_y^2 + 4A_{xyxy} \tau_{xy}^2 \} \\ &+ J_2^2 \{ 2A_{xxyy} \sigma_x - 2(A_{xxyy} + A_{yyzz}) \sigma_y \} - 2CJ_3 [(1/27) \{ -(\sigma_x \\ &- 2\sigma_y)(\sigma_x + \sigma_y) - 2(2\sigma_x - \sigma_y)(\sigma_x + \sigma_y) + (2\sigma_x - \sigma_y)(\sigma_x - \\ &2\sigma_y) \} + (1/3) \tau_{xy}^2] \\ 2 \partial f / \partial \tau_{xy} &= 6J_2^2 \tau_{xy} + 4J_2 \tau_{xy} \{ -(A_{xxyy} + A_{zzxx}) \sigma_x^2 + \\ &2A_{xxyy} \sigma_x \sigma_y - (A_{xxyy} + A_{yyzz}) \sigma_y^2 + 4A_{xyxy} \tau_{xy}^2 \} + 8J_2^2 A_{xyxy} \tau_{xy} \\ &- (4/3)CJ_3 (\sigma_x + \sigma_y) \tau_{xy}^2 \end{aligned}$$

ここで平面応力の場合

$$\begin{aligned} J_2 &= (1/3)(\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2) + \tau_{xy}^2 \\ J_3 &= (1/27)(2\sigma_x - \sigma_y)(\sigma_x - 2\sigma_y)(\sigma_x + \sigma_y) + (1/3)(\sigma_x + \sigma_y) \tau_{xy}^2 \end{aligned}$$

とくにoff-axis引張試験結果へ適用するときには応力の逆変換則より

$$\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \theta, \sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \theta, \tau_{xy} = \sigma_1 \sin \theta \cos \theta$$

とおく. さらに  $J_2, J_3$  については

$$J_2 = (1/3)\sigma_1^2, J_3 = (2/27)\sigma_1^3$$

とおいて式(3), 式(A-5) および式(A-6)を計算する.

#### 参考文献

- R1) 武田武信：山形大学紀要（工学），29-2（2007）,83.